

تحليل شبكات الأعمال ونظم إدارة المشروعات

NETWORK ANALYSIS & PROJECT MANAGEMENT

PERT & CPM

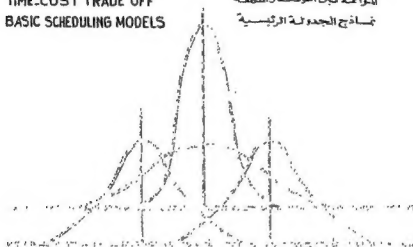
TIME-COST TRADE OFF

BASIC SCHEDULING MODELS

ميرب . لمار الحرج

الدوامية بين الوقت والتكلفة

نماذج الجدولة الرئيسية



دكتور
حسين عطأ غنيم

دكتوراه في بحوث العمليات من جامعة ولاية نورث كارولينا باري
ماجستير في الإدارة المالية - كلية التجارة جامعة القاهرة
دبلوم معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة
أستاذ مساعد قسم إدارة الأعمال - كلية التجارة جامعة القاهرة

الطبعة الأولى

١٩٨٦ هـ - ١٩٨٦ م



تحليل شبكات الأعمال ونظم إدارة المشروعات

NETWORK ANALYSIS & PROJECT MANAGEMENT

PERT & CPM

TIME-COST TRADE OFF

BASIC SCHEDULING MODELS

مبهرث ، المصارح المحرج

للعلاقة بين الوقت والكلفة

نماذج الجدولة الرئيسية

دكتور
حسين عطية غنيم

دكتوراه في بحوث العمليات من جامعة ولاية نورث كارولينا
ماجستير في الإدارة المالية - كلية التجارة جامعة القاهرة
دبلوم معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة
أستاذ مساعد قسم إدارة الأعمال - كلية التجارة جامعة القاهرة

الطبعة الأولى

٢٠١٤هـ - ٢٠١٦م

الناشر

دار الفكر العربي

الفصل الأول

التحليل الزمنى لشبكات الأعمال

Temporol Analysis

١ - مقدمة :

لقد بدأت الكتابات الخاصة بتحليل شبكات الأعمال منذ أواخر الخمسينات في هذا القرن ، إذ ظهر في ذلك الوقت طريقة المسار الحرج Critical Path Method (CPM) وطريقة تقويم ومراجعة البرنامج Program Evaluation and Review Technique (PERT) ومنذ ذلك الحين ونحن نشهد تطور كبير في هذه الأساليب وكيفية استخدامها ، إذ امتد مجال استخدام شبكات الأعمال ليشمل جميع أنواع الأنشطة التي يمكن التعبير عنها في شكل مشروع Project له نقطة بداية ونقطة نهاية محددة ، وذلك مثل بناء المنشآت الضخمة كالانفاق والطرق والكبارى والمشروعات الخاصة بإنشاء شبكات الصواريخ وكذا العمليات الجراحية والمشروعات الخاصة بتقديم منتج جديد وبرامج الكمبيوتر وغيرها من المشروعات .

كما تطورت النظريات العلمية المصاحبة وأصبح الأمر يقتضى من الراغب في دراسة هذا الموضوع ضرورة أن يكون ملماً بالكثير من العلوم الأخرى ، فيفترض كتاب Activity Networks للدكتور صلاح المغربي^(١) ضرورة إلمام القارئ بمقرر في الرياضيات ومقرر في بحوث العمليات ومقرر آخر في البرمجة الخطية هذا بالإضافة الى ضرورة الإلمام بنظرية الاحتمالات

(١) د . صلاح المغربي يرأس قسم بحوث العمليات بجامعة ولاية نيو يورك كارولينا وهو مصري الجنسية ومن الرواد الأوائل في هذا المجال .

ونظرية العمليات العشوائية ونظرية صفوف الانتظار حتى يستطيع القارئ ملاحقة التطورات المتلاحقة في هذا المجال .

ولم يعد الأمر فقط لاقصرا على استخدام شبكات الأعمال في تحديد الأوقات الخاصة بتنفيذ المشروعات وإنما امتد الأمر ليأخذ التكاليف في الحسبان وكذا كيفية أداء أنشطة المشروع في ظل استخدام موارده محدود . واستخدام شبكات الأعمال كأداة للجدولة الزمنية Scheduling ، هذا بالإضافة الى كيفية تحديد أقصر المسارات من نقطة بداية السى نقطة نهاية محددة وكيفية تعظيم الطاقة المدفوعة من نقطة بداية السى نقطة نهاية معينة وغيرها من الموضوعات التى اشتملها هذا المجال والتي أصبحت لها مجموعة متكاملة من الدراسات المتقدمة Graduate Courses تسمى تحليل شبكات الأعمال Network Analysis، والتدفقات الخاصة بشبكات الأعمال Flows on Networks ونظرية الرسم - Graph Theory .

ولقد زاع استخدام شبكات الأعمال كوسيلة لترشيد عملية ادارة المشروعات - Project Management مما عاد بالنفع والفائدة على رجال الأعمال ، خاصة وأن هذه المشروعات تتم لمرة واحدة فلا يتم تكرارها بالشكل الذى يمكن إدارة المشروع من الاستفادة من الأخطاء السابقة والتالى فان تنفيذ هذه المشروعات بكفاءة عالية يتوقف أساسا على خبرة وكفاءة مدير المشروع في تنفيذ مشروعات سابقة مشابهة وعلى مدى كفاءته في التصرف في المواقف المختلفة التى تواجهه والتي تحتاج الى إعادة التخطيط والجدولة بشكل مستمر .

ولم يكن متاح لمديرى المشروعات حتى وقت قريب ما يكفي من الأدوات لكي تساعد على أداء هذه الأعمال بكفاءة أعلى ، اذ اقتصر الأمر حتى أواخر الخمسينات على استخدام بعض الخرائط البدائية التى تعرف بـ Bar charts وكذا خرائط جانت Gantt charts والتى كثر استخدامها بحفّة خاصة فى مجال إدارة الإنتاج ، الا أنها كانت قاصرة ، وغير كافية لتوضيح العلاقات بين الأنشطة وتوقيتاتها المتداخلة والمعقدة . ولذا فان هذا الظهور للمبادئ الخاصة بتحليل شبكات الأعمال قد أدى الى توافر أساس لأدوات أكثر دقة وعمومية فى إدارة المشروعات .

وفىما يلى سوف نبدأ بتحديد معانى بعض المصطلحات التى سوف يكثر استخدامها فى هذا المجال :

٢ - تعاريف :

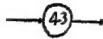
١/٢ : النشاط Activity :

هو جهد أو شىء ما يستهلك وقت أو موارد أو كلاهما معا . وسوف نعرف فيما بعد أن هناك أنشطة وهمية Dummy Activities لا تستهلك أى من الوقت أو الموارد .

وهذا يعد تدريب رجال البيع بمثابة نشاط معين وكذا الحال بالنسبة لاجراء بحث ما ، أو نقل قطعة ما من موقع الى موقع آخر . . . الخ . وعادة ما يتم التعبير عن النشاط بسهم كما سوف نرى رياضيا للنشاط بالرمز (u) .

٢/٢ الحدث EVENT:

يعبر الحدث عن شيء ما معروف توقيت حدوثه بدقة تامة كوصول شحنه ما إلى الميناء أو الانتهاء من صب سقف لأحد المباني الذي يتم تشييده . . . الخ ، وعادة ما يتم التعبير عنه في شكل حلقه كما سوف نرى رياضياً للحدث بالرمز (1) وذلك كما يلي :

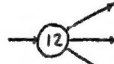


شكل (١/١)

وإذا كان الحدث هو نقطة تجمع أكثر من نشاط فنطلق عليه حدث التقاء Merge event أما إذا كان الحدث بمثابة نقطة بدايته لأكثر من نشاط فنطلق عليه حدث انبثاق Burst event .



حدث التقاء



حدث انبثاق

شكل (٢/١)

٣/٢ المشروع Project :

يمثل المشروع في مجموعة من الأنشطة ومجموعة من الأحداث وبالتالي يمكن النظر إلى إجراء عملية جراحية على أنها مشروع وكذلك الحال بالنسبة لبناء كبرى أو إنشاء نفق أو تنفيذ حملة ترويجية أو اختراع منتج جديد في أحد الأسواق . . . الخ . إذ يمكن النظر إلى كل هذه على أنها مشروعات .

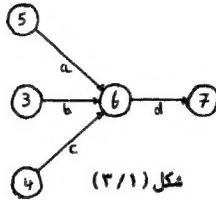
٤/٢ شبكة الاعمال - Network :

هى تمثيل بالرسم عن مشروع ما لبيان العلاقات الاقتصادية بين الأنشطة المختلفة وتلخص هذه الأنشطة من بداية المشروع حتى نهايته .

٣ - كيفية التعبير عن المشروع فى شكل شبكة أعمال :

١/٢ : هناك مجموعة من القواعد الخاصة برسم شبكات الأعمال
والتي نورد هنا فيما يلى :

- ١ - يتم التعبير عن النشاط بسهم ، دون أن يعكس طول السهم الوقت الخاص بأداء النشاط .
 - ٢ - نكتب رمز النشاط أسفل السهم والوقت الخاص بالنشاط فوق سهم .
 - ٣ - يبدأ السهم من حدث البداية وينتهى رأس السهم عند حدث النهاية .
 - ٤ - يجب التأكد لبدأ أى نشاط أن جميع الأنشطة السابقة واللازمة لأداء هذا النشاط قد تم تنفيذها .
- فإذا كان النشاط d يعتمد على الأنشطة a, b, c, فإنه يمكن التعبير عن هذه العلاقة الاعتمادية كما يلى :

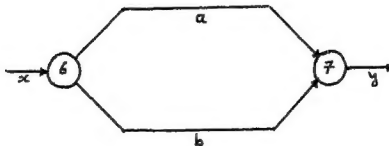


ولا يعنى ما سبق ضرورة انتهاء a, b, c معا وفي نفس الوقت حتى يمكن البدء في d ، وانا يعنى الرسم السابق أن النشاط d لن يبدأ الا بعد انتهاء الأنشطة السابقة عليه وهي الأنشطة a, b, c أى كان الوقت الخاص لانتهاء هذه الأنشطة .

٥ - ترقيم الاحداث بحيث يكون رقم حدث البداية أقل دائما من رقم حدث النهاية .

٦ - لايحوز تكرار استخدام الرقم الذى سبق استخدامه في ترقيم حدث ما .

٧ - لايحوز أن يشترك أكثر من نشاط في نفس البداية وفي نفس النهاية ، وانا يحوز أن يشترك أكثر من نشاط في بداية ما أو في نهاية ما دون الاشتراك في البداية والنهاية معا ، وهذا فالشكل التالى لايعد سليما في هذا الصدد .

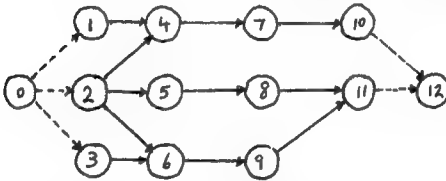


٨ - يفضل (لا يشترط) أن يكون لشبكة الأعمال بداية واحدة ونهاية واحدة .

٢/٣ : استخدام الأنشطة الوهمية - Dummy Activities :

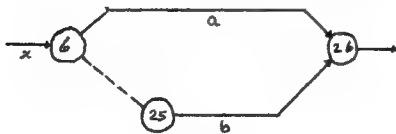
أن تحقيق قواعد الرسم السابقة يقتضى فى بعض الأحيان افتراض وجود أنشطة وهمية لاستغنى أى من الوقت أو الموارد ، وفيما يلى ثلاث مجالات لاستخدام هذه الأنشطة الوهمية والتي يتم التعبير عنها فى شكل أسهم متقطعة .

١ - إذا كانت هناك أكثر من بداية أو أكثر من نهاية للمشروع ويراد أن يكون للمشروع بداية واحدة ونهاية واحدة



شكل (٥/١)

٢ - لتحقيق بند (٧) من الشروط والخاص بعدم اشتراك أكثر من حدث فى نفس البداية والنهاية ، وبالتالى يتم استبدال الشكل الخاص ببند (٧) شكل (٦/١) ليصبح كما يلى :

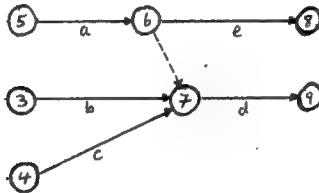


شكل (٦/١)

٣- تستخدم الأنشطة الوهمية بصفة أساسية في اظهار العلاقات
الاعتمادية بين الأنشطة بطريقة دقيقة .

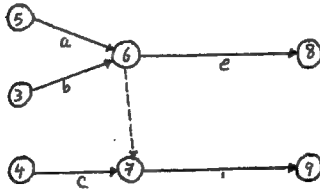
ويمكن توضيح ذلك بعدة أمثلة كما يلي :

إذا كان النشاط a يعتمد على كل من الأنشطة b , c ,
وكان النشاط e يعتمد فقط على النشاط a فتم التعبير عن
ذلك بمساعدة النشاط الوهمي كما يلي :



شكل (٧/١)

إذا كان النشاط e في المثال السابق يعتمد على كل من a , b
فيمكن التعبير عن ذلك كما يلي :



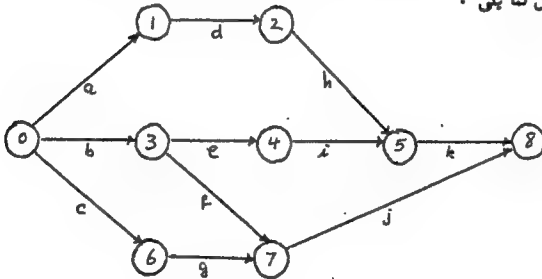
شكل (٨/١)

ويمكن توضيح قواعد الرسم السابقة بمثال كما يلي :

يبدأ مشروعنا بالأنشطة a, b, c ويعتمد النشاط d على النشاط a والنشاط g على النشاط c ويعتمد النشاطان e, f على النشاط b ويعتمد النشاط h على النشاط d و j على e أما النشاط i فيبدأ بعد الانتهاء من كل من النشاطين f, g ويعتمد النشاط k على النشاطين h, i وينتهي المشروع بانتهاء كلا النشاطين j, k .

وبالتالى يمكن التعبير عن هذا المشروع فى شكل شبكة

أعمال كما يلي :



شكل (٩/١)

٤ - كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة :

تفترض طريقة المسار الحرج المكان تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة بطريقة مؤكدة ، فهي بذلك تستبعد أى احتمال لحدوث تعديل فى أوقات هذه الأنشطة أثناء التنفيذ وبالتالي فإن طريقة المسار الحرج تتعامل مع نشاط ما يستغرق ١٠ أيام لاتمامه مع وجود احتمال أن التنفيذ يتم ما بين ٩ و ١١ أيام مثل تعاملها مع نشاط آخر يتوقع أن يستغرق أيضا ١٠ أيام مع وجود احتمال ان التنفيذ يتم ما بين يومين وخمسة وعشرون يوما .

ولاشك أن هناك من الأسباب القوية التى تقتضى ضرورة النظر الى الأوقات الخاصة بالأنشطة على أنها متغيرات عشوائية - Random variables - والتالى يقتضى الأمر تحديد التوزيع الاحتمالى الخاص بهذه الأوقات ، فقد يمثل النشاط فى اجراء بحث معين أو اجراء جهود تنمويه يصعب تحديد أوقاتها بشكل مؤكد عند بداية المشروع ، أو قد يعتمد وقت تنفيذ النشاط على مدى توافر موارد محدد أو على مدى توافر شروط تنفيذ محدد ، كتوافر درجة حرارة معينة أو على درجة سقوط الأمطار وغيرها من العوامل التى هى بطبيعتها تعد متغيرات عشوائية يصعب تحديد قيمها المستقبلية بطريقة مؤكدة .

ويجدر الإشارة هنا الى أن التفرقة الأساسية بين نموذج المسار الحرج CPM ونموذج تقويم ومراجعة المشروعات - PERT يتمثل أساسا فى كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة $\{T_{ij}\}$ إذ تفترض طريقة المسار الحرج كما سبق أن ذكرنا امكانية تحديد الأوقات الخاصة

بالأنشطة بطريقة مؤكدة. بينما تخضع طريقة مراجعة وتقييم الشروط
أن الأوقات الخاصة ببعض أو كل هذه الأنشطة معروفة بشكل احتمالي
فقط . ولقد شهدت الفترة الأخيرة تطور مستمر في استخدام شبكات
الأعمال وما صاحب ذلك من تطور في النظريات الأساسية المفسرة لها
الأمر الذي أدى الى زيادة الفروق بين شبكات الأعمال الجنية على
معلومات يفترض فيها أنها معلومات مؤكدة ، الحدوث وتلك الجنية على
معلومات يفترض فيها معرفة احتمال حدوثها فقط . ولذا فإنه قد يكون
من المناسب أن تستخدم الترميزات الخاصة بشبكات الأعمال ذات الأنشطة
المؤكد ، وشبكات الاعمال ذات الأنشطة الاحتمالية .

Deterministic Activity network(DANs), and Probabilistic Activity Network(PANs).

وذلك بدلا من استخدام CPM & PERT كأساس للتفرقة .

وسوف نتناول فيما يلي كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة
وذلك بغرض أنها معلومة مقدما وبشكل مؤكد .

• - تحديد الاوقات في شبكات الاعمال ذات الأنشطة المؤكدة :

Deterministic Arc Durations:

بعد الانتهاء من التعبير عن المشروع في شكل شبكة أعمال كما سبق أن بينا • ومعد تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة المختلفة فعادة ما تثار أسئلة هامة حول السيماد المتوقع للانتهاء من تنفيذ المشروع متى يمكن جدولة الأنشطة المختلفة ؟ وتتوقف الاجابة على هـذـة الاسئلة على الكيفية التي يتم بها تحديد الوقت الخاص بكل نشاط وماذا كان هناك وقت واحد محدد لتنفيذ كل نشاط وذلك كما هو الحال في طريقة المسار الحرج . CPM أم يتم تقدير ثلاث أوقات ، الوقت المتفاصل والوقت المتشائم والوقت الأكثر احتمالا لتنفيذ النشاط الواحد وذلك كما في طريقة PERT • ولن تختلف طريقة الحساب في هـذا الجزء من الدراسة إذ في حالة تعدد الاوقات المقدرة للنشاط الواحد فاننا سوف نهتم فقط بالوقت المتوسط اللازم لاداء هذا النشاط والذي يتم حسابه باستخدام الأرقام الثلاثة المعطاه كما سنبين فيما بعد • وبالتالى يتم معالجة هـذه الأوقات الثلاثة الخاصة بالأنشطة كما هو الحال في حالة وجود رقم واحد محدد لوقت تنفيذ النشاط •

وهناك طريقتين لحساب الاوقات المتوقعة الخاصة ببداية ونهاية التنفيذ لكل نشاط • فقد يتم الحساب في اتجاه أمامى - Forward ابتداء من نقطة بداية المشروع وانتهاء بنقطة النهاية أو قد يتم الحساب في اتجاه عكسى Backward ابتداء من نهاية المشروع والمير بطريقة عكسية حتى نصل الى نقطة البداية •

وتفيد طريقة الحساب في الاتجاه العكسي في معرفة آخر سير وقت يمكن فيه الانتهاء من تنفيذ نشاط معين دون أن يؤدي ذلك إلى تأخر تنفيذ المشروع ككل. عن آخر وقت مسموح به للانتهاء من تنفيذ .

وفيما يلي مجموعة من الرموز الرياضية التي تساعدنا على إجراء حسابات الأوقات السابقة :

- y_u = الوقت الخاص بالنشاط u
- $\bar{y}_u = E(y_u)$ = القيمة المتوقعة لوقت تنفيذ النشاط u
- $t_1(E)$ = الوقت الخاص بالتحقق المبكر للحدث 1
- $t_0(E)$ = الوقت الخاص بالتحقق المبكر للحدث صفر وعادة
- $t_0(E) = 0$ مانجعل
- $t_1(I)$ = الوقت الخاص بالتحقق المتأخر للحدث 1
- $t_n(I)$ = الوقت الخاص بالتحقق المتأخر للحدث النهائية
- (n) . وعادة مانجعل $t_n(I)$ تساوى قيمة معينة
- وليكن γ

$\mathbb{B}(1)$ = تمثل مجموعة الأحداث السابقة على الحدث 1 والتي تتصل بالحدث 1 بمجموعة من الأنشطة تصل ما بين هذه الأحداث والحدث 1

(5) = الأحداث 4 , شكل (١١/١) .

(1) = تمثل مجموعة الأحداث التالية للحدث 1 والسبق

تتصل بالحدث 1 بمجموعة من الأنشطة تعمل مايسين

• هذه الأحداث والحدث 1

(5) = الأحداث 6,3,1 شكل (١١/١)

وسوف يتم تقسيم الحلقة الدالة على الحدث بالشكل السبدي

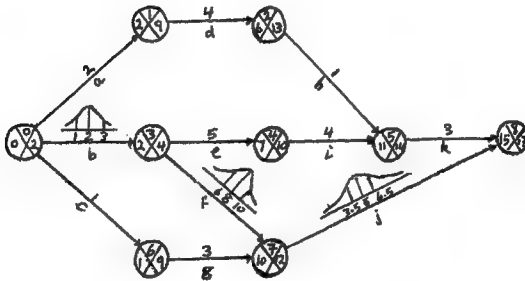
يظهر رقم الحدث والوقت المبكر والوقت المتأخر لتحقيق الحدث وذلك

كما يلي :



شكل (١٠/١)

ويكون المثال السابق كما يلي

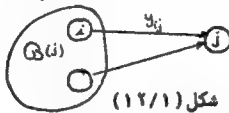


$$E_o(E) = 0 , E_o(L) = 17$$

((شكل (١١/١)))

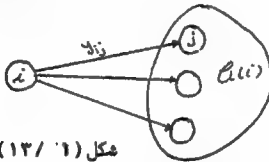
ويكون الوقت المبكر لتحقيق الحدث j كما يلي :

$$t_j(E) = \max_{i \in Q(i)} \{ t_i(E) + y_{ij} \} , t_0(E) = 0$$



ويكون الوقت المتأخر لتحقيق الحدث i كما يلي :

$$t_i(L) = \min_{j \in L(i)} \{ t_j(L) - y_{ij} \} , t_n(L) = T$$



ويكون الفرق بين التحقق المتأخر والتحقق المبكر للحدث

بمطابقة الوقت الراكد slack time الخاص بالحدث ، أي أنه

الوقت المسموح بالتأخر فيه لتحقيق الحدث دون أن يؤثر ذلك التأخير

على النهاية المتأخرة لتحقيق المشروع ، وتعتبر S_i عن هذا الوقت

الراكد للحدث (١)

$$S_i = t_i(L) - t_i(E) \geq 0 \quad \forall i \in N$$

ونظرا لأن أي نشاط له حدث بداية وحدث نهاية ونظرا

لوجود وقتين لتحقيق كل حدث $t_i(L)$ ، $t_i(E)$ حيث $t_i(L) \geq t_i(E)$

فاننا يمكن أن نعرف فوراً أربعة أنواع من الفائض float بالنسبة

لكل نشاط من أنشطة المشروع .

٥ / ٤ : الفائض الكلي Total float :

$$(1) \quad S_{ij} = t_j(L) - t_i(E) - y_{ij}$$

اذ نفترض في هذه الحالة اننا جميع الأنشطة السابقة على النشاط (i) في أوقاتها المبكرة بينما نفترض اننا الأنشطة اللاحقة على النشاط (j) في أوقاتها المتأخرة ، أى يتم حساب الفائض الكلي بفرض اننا الأنشطة السابقة على النشاط (j) بأسرع ما يمكن ونفس نفس الوقت التأخير الى أقصى حد ممكن في تنفيذ الأنشطة اللاحقة للنشاط (j) .

٥ / ٢ : فائض الآمان Safety float :

$$(2) \quad S_{ij} = t_j(L) - t_i(L) - y_{ij}$$

ويقاس هذا الفائض الوقت المتاح للنشاط (j) اذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقاً لأوقاتها المتأخرة ، أى في آخر وقت ممكن لتنفيذها وكان من المرجح فيه أيضاً التأخير في تنفيذ الأنشطة اللاحقة الى آخر وقت ممكن . وبالتالي يعكس $S_{ij}^{(2)}$ الفائض المتاح للنشاط (j) رغم التأخير في تنفيذ الأنشطة السابقة على النشاط (j) اذا ما تم ترحيل تنفيذ الأنشطة اللاحقة للنشاط (j) الى آخر وقت ممكن ، ويتحقق هذا الفائض عند حدوث انبشاق

- Burst event .

٣/٥ : الفاعض الحر Free float :

$$S_{1j}^{(3)} = t_j(E) - t_1(E) - y_{1j}$$

ويقاس هذا الفاعض الوقت المتاح للنشاط ($1j$) إذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقاً لأوقاتها المبكرة ، أى فى أول وقت يمكن فيه بدأ التنفيذ وكان من المرغوب فيه أيضاً البدء فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن . وبالتالى فإن هذا الفاعض متاح فى تنفيذ النشاط ($1j$) رغم الرغبة فى تنفيذ أنشطة المشروع فى أسرع وقت ممكن ، ويتحقق هذا الفاعض فقط عند حدث التقاء merge event

٤/٥ : الفاعض المتداخل Interference Float :

$$S_{1j}^{(4)} = \max (0, t_j(E) - t_1(L) - y_{1j})$$

$$= (t_j(E) - t_1(L) - y_{1j})^+$$

ويقاس هذا الفاعض إذا كان موجبا الوقت المتاح للنشاط ($1j$) إذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقاً لأوقاتها المتأخرة وكان من المرغوب فيه البدء فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن لبدء التنفيذ . أى يعكس هذا الفاعض الوقت المتاح للنشاط ($1j$) إذا مات ضغط الوقت المتاح للنشاط ($1j$) إلى أقل حد ممكن فيتم تنفيذ الأنشطة السابقة فى آخر وقت ممكن والأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن .

وبلاحظ أن الفاعض الإجمالى يكون أكبر فاعض متاح للنشاط وعلى العكس يكون الفاعض المتداخل هو أقل فاعض متاح للنشاط

أى أن :

$$s_{ij}^{(1)} \geq \max \{ s_{ij}^{(2)}, s_{ij}^{(3)}, s_{ij}^{(4)} \}$$

$$s_{ij}^{(4)} \leq \min \{ s_{ij}^{(1)}, s_{ij}^{(2)}, s_{ij}^{(3)} \}$$

وبالرجوع الى المثال السابق فانه يمكننا حساب الأوقات المبكرة والاقوات المتأخرة لتحقيق كل حدث والتى سوف تتخذ هذه كأساس لحساب الفائض المحقق لكل حدث والتالى حساب أنواع الفائض المختلفة لكل نشاط ، وذلك كما يلى :

| (i,j) activity (1) | (i,j) duration y_{ij} (2) | التحقق المبكر للحد (i) | | التحقق المتأخر للحد (j) | |
|----------------------------|-----------------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------|
| | | $t_j(E)$ (3) | $t_1(E)+y_{ij}$ (4) | $t_j(L)-y_{ij}$ (5) | $t_1(L)$ (6) |
| 0-0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 0-1 | 2 | 0 | 2 | 7 | 9 |
| 0-3 | 1,2,3 | 0 | 2 ⁰ | 2 | 4 |
| 0-6 | 1 | 0 | 1 | 8 | 9 |
| 1-2 | 4 | 2 | 6 | 9 | 13 |
| 2-5 | 1 | 6 | 7 | 13 | 14 |
| 3-4 | 5 | 2 | 7 | 5 | 10 |
| 4-5 | 4 | 7 | 11 | 10 | 14 |
| 3-7 | 6,8,10 | 2 | 10 | 4 | 12 |
| 6-7 | 3 | 1 | 4 | 9 | 12 |
| 5-8 | 3 | 11 | 14 | 14 | 17 |
| 7-8 | 3.5 5 6.5 | 10 | 15 | 12 | 17 |
| 8-8 | 0 | 15 | 15 | 17 | 17 |

يمثل العمود الاول في الجدول السابق الأنشطة (1) وهنا نلاحظ أننا أضفنا نشاط وهى (0-0) في أول العمود وكذا النشاط (8-8) في نهاية العمود حتى يتم حساب الوقت المبكر وكذا الوقت المتأخر لتحقيق كل من حدثى البداية والنهاية ، ويمثل العمود الثانى الوقت الخاص بكل نشاط وهنا في حالة وجود أكثر من وقت واحد فأننا نأخذ الوقت المتوسط كأساس للحساب ، ويتم حساب الوقت المبكر لتحقيق الاحداث (j) علما بأن $t_0(E) = 0$ كما في العمود الثالث ، ولحساب الاوقات المبكسرة لتحقيق الاحداث يلزم الأمر حساب $t_1(E) + y_{1j}$ لجميع الاحداث (1) السابقة على الحدث j والتي ترتبط بالحدث (j) بالنشاط (1) ، اذ تكون $t_j(E)$ هي القيمة القصوى من بين هذه القيم أى أن

$$t_j(E) = \max_{i \in Q(j)} \{ t_1(E) + y_{1j} \}$$

ولذا خصص العمود الرابع لحساب القيم $t_1(E) + y_{1j}$ ، وأخيرا نحسب الاوقات المتأخرة لتحقيق كل حدث في العمود السادس والأخير علما بأن $t_8(L) = 17$

ولحساب الاوقات المتأخرة لتحقيق الحدث (1) يلزم الأمر حساب $t_1(E) - y_{1j}$ لجميع الاحداث (j) اللاحقة للحدث (1) والتي ترتبط به بالنشاط (1) حيث تكون (1) هي القيمة الدنيا من بين هذه القيم .

$$t_1(L) = \min_{j \in Q(1)} \{ t_j(L) - y_{1j} \}$$

وفىما يلى بيان بالأوقات المبكرة والأوقات المتأخرة لتحقيق كل حدث

والتي تم الحصول عليها من الأعدة (3) • (6) على التوالي :

| | $t_1(E)$ | $T_1(L)$ | S_1 |
|---|----------|----------|-------|
| 0 | 0 | 2 | 2 |
| 1 | 2 | 9 | 7 |
| 2 | 6 | 13 | 7 |
| 3 | 2 | 4 | 2 |
| 4 | 7 | 10 | 3 |
| 5 | 11 | 14 | 3 |
| 6 | 1 | 9 | 8 |
| 7 | 10 | 12 | 2 |
| 8 | 15 | 17 | 2 |

يمثل العمود الأخير في الجدول السابق الوقت المراكمة S_1 الخاص

بكل حدث (1) • وتكون الأوقات الفائضة بالنسبة لكل نشاط كما

يلي :

| | (1) S_{1j} | (2) S_{1j} | (3) S_{1j} | (4) S_{1j} |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (0-1) | 7 | 5 | 0 | 0 |
| (0-3) | 2 | 0 | 0 | 0 |
| (0-6) | 8 | 6 | 0 | 0 |
| (1-2) | 7 | 0 | 0 | 0 |
| (2-5) | 7 | 0 | 4 | 0 |
| (3-4) | 3 | 1 | 0 | 0 |
| (4-5) | 3 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| (3=7) | 2 | 0 | 0 | 0 |
| (6-7) | 8 | 0 | 6 | 0 |
| (5-8) | 3 | 0 | 1 | 0 |
| (7-8) | 2 | 0 | 0 | 0 |

٥/٥ تحديد المسار الحرج :

بعد ان تم تحديد الاوقات المبكرة والتأخرة لتحقيق كل حدث والتالى تحديد البداية المبكرة والتأخرة لكل نشاط فانه يمكن لادارة المشروع تحديد الحد الادنى من الوقت اللازم لأداء هذا المشروع وذلك عن طريق تحديد المسار الحرج (Critical Path) الذى يتحكم فى وقت تنفيذ المشروع .

ويكون المسار الحرج هو أطول مسار يبدأ من حدث البداية وينتهى بحدث النهاية ويكون الفاقص الكلى للأنشطة الخاصة بهذا المسار أقبل ما يمكن ويكون هذا الفاقص صفراً فى حالة اذا كان الوقت المتأخر لتنفيذ المشروع هو نفسه الوقت المبكر لتنفيذه أى $t_n(I) = t_n(E)$ وتسمى الأنشطة الواقعة على المسار الحرج بالأنشطة الحرجة .

ويكون المسار الحرج فى المثال السابق 8 .. 7 - 3 - 0 حيث يكون الفاقص الكلى على أنشطة هذه المسار أقبل ما يمكن وقد رها ٢ وحدة زمن . ويرمز للمنشار الحرج بالرمز π_c ولطول المسار الحرج $T(\pi_c)$.

وكما تم تحديد المسار الحرج الخاص بالمشروع فإنه يمكن تحديد المسار الحرج الثاني وهو ثاني أطول مسار يربط بين حدث البداية وحدث النهاية والمثل يمكن تحديد المسار الحرج الثالث والرابع Subcritical paths الخ .

ولاشك أن تحديد هذه المسارات الحرجة يفيد الإدارة في توجيه عناية فائقة للأنشطة الواقعة على المسار الحرج الأول على أن يلى ذلك توجيه العناية للأنشطة الواقعة على المسارات الحرجة الثانية والثالثة الخ .

٦/٥ تحديد المسار الحرج باستخدام الأوقات المحسوبة في الاتجاه
الأماسى فقط :

Critical path from forward Pass Only :

يقضى تحديد المسار الحرج وفقاً للطريقة السابقة ضرورة حساب الأوقات المتأخرة بالاعانة الى الأوقات المبكرة الخاصة بتحقيق كل حدثه ورغم أهمية تحديد هذه الأوقات المتأخرة لتحديد المسارات الحرجة الثانية والثالثة الخ . الا انه من الممكن الاستغناء عنها ففى تحديد المسار الحرج الأول ويكون ذلك بغيدا بدرجة كبيرة خاصة ففى المراحل الأولى للتخطيط والجدولة الزمنية لأنشطة المشروع والتي يكون من المرجوب فيه فى هذه المرحلة تحديد رقم تقريبي لوقت انتهاء المشروع وتحديد الأنشطة الحرجة بأقل جهد حسابى ممكن خاصة وأن المشروع فى هذه المرحلة يكون عرضه للتعديل والتطوير وبالتالي اعادة الحساب .

ويتم الحساب باستخدام الأوقات المبكرة فقط وذلك بأن نبدأ
بحدث النهاية والتي تقع بالتمريف على المسار الحرج وتمير عكسياً على شبكة
الاعمال حتى نصل الى حدث البداية على أن يتم التفرع عند حدث الالتقاء
الى النشاط الذي ليس له فاقص حرأى أن $S_{13} = 0$ ويمكن توضيح
ذلك على المثال السابق كما يلي :

نبدأ بالحدث الأخير حيث رقت التحقق المبكر $t_8(B) = 15$ (3) والتالى
بمسار الحرج بالنشاط 7-8. حيث أن $S_{78} = 0$ وذلك على
عكس $S_{58}^{(3)} = 1$ ، والمثل بمسار الحرج بالحدث 3 إذ
أن $S_{37}^{(3)} = 0$ علماً بأن $S_{67} = 6$ ثم نصل الى نقطة
البداية ويكون المسار الحرج كما سبق 8 - 7 - 3 - 0 .

٦ - تحديد الأوقات في شبكات الاعمال اذا ما كانت أوقات الأنشطة بمشابهة متغيرات عشوائية :

سبق ان بينا أنه عادة ما تكون هناك من الاسباب القوية التي تقتضى
النظر الى الأوقات الخاصة بالأنشطة على أنها متغيرات عشوائية
- Random variables وذلك كما هو الحال بالنسبة للأوقات
الخاصة بأداء الأنشطة الحرجة في المثال السابق إذ تم تقدير أوقات
مختلفة لأداء كل نشاط من هذه الأنشطة الحرجة وذلك وفقاً للظروف
المختلفة المحيطة بالتنفيذ ، ويتقضى ذلك ضرورة التعامل مع علم الاحصاء
لتقدير الوقت المتوقع اللازم لانتهاء المشروع والتالى لتحديد مدى إمكانية
تعليم المشروع قبل أو في ميعاد محدد سبق الاتفاق عليه ، إذ اننا
بعدد التعامل مع حاصل جمع مجموعة من المتغيرات العشوائية الأمر

الذى يقتضى ضرورة توافر مجموعة من الشروط حتى يمكن فى ضوءها
الاجابة على التساؤلات السابقة بطريقة علمية سليمة وفيما يلى نورد هذه
الشروط :

(١) ضرورة استقلالية الأنشطة بعضها عن بعض —————
• independency .

(٢) أن المسار الحرج يتضمن عدد كبير من الأنشطة ، وعلى أقل تقدير
يجب ألا تقل عدد هذه الأنشطة الحرجه عن أربع أنشطة .

(٣) أنه يمكن تجاهل جميع الأنشطة التى لاتقع على المسار الحرج .

وتوافر الشرطين ١ ، ٢ فانه يمكن تطبيق نظرية النزعة المركزة .

Central Limit Theorem (CLT) والتى بمقتضاها
يمكن اعتبار أن وقت تحقق الحدث n بمثابة متغير عشوائى يأخذ شكل
التوزيع المعتدل ، ونرمز له بالرمز T_n ، وأن هذا المتغير العشوائى
له متوسط E_n والذى يتمثل فى طول المسار الحرج $T(\pi_0)$ وتباين
 σ_n^2 ، حيث أن :

$$E_n = \sum_{u \in \pi_0} E(Y_u) = \sum_{u \in \pi_0} \bar{Y}_u$$

$$\sigma_n^2 = \sum_{u \in \pi_0} \sigma_u^2$$

أى أن متوسط مجموع الأوقات هو مجموع متوسطات الأوقات وأن
تباين المجموع هو مجموع التباينات .

وباستخدام خصائص التوزيع المعتدل فانه يمكن تحديد الاحتمال

الخاص بتحقيق حدث النهاية n قبل ميعاد محدد وليكن
 $t_n(s)$ وذلك كما يلي :

$$P_r \{ T_n \leq t_n(s) \} = \Phi \left\{ \frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n} \right\}$$

وبغيد الشرط الثالث في تجنب التحيز bias الذي قد ينشأ
 عند أحداث الالتقاء *merging events* فإن استغرق النشاط 5-8
 في المثال السابق وقتاً أكبر من أربعة أيام فسوف يؤثر ذلك على وقت
 تنفيذ المشروع فقد لا يظل ١٥ يوما كما سبق الحساب. إذ أن الوقت
 الخاص بتحقيق أحداث الالتقاء لا يتوقف فقط على طول أطول نشاط يصيب
 في هذا الحدث وإنما يتأثر أيضا بعدد الأنشطة التي تنتهي في هذا
 الحدث إذ كلما زاد عدد الأنشطة كلما زاد احتمال عدم تحقق الحدث
 في الميعاد الخاص بأطول نشاط. فاحتمال الخاص بوصول آخر مدعو
 في حفل عام يتزايد مع زيادة عدد المدعوين ولا يتوقف فقط على ميعاد
 وصول المدعو المتواجد في أبعد مكان عن موقع الاحتفال.

ولاشك أن درجة التحيز تزداد في أحداث الالتقاء الخاصة
 بعدة أنفطة ، لاسيما إذا اقترست جميعها في ميعاد الانتهاء الخاص
 بها .

ولتحديد الوقت المتوقع لتحقيق أحداث المشروع فإنه يلزم الأمر
 تحديد الوقت المتوقع لكل نشاط وهو الأمر الذي يتوقف على التوزيع
 الاحتمالي للوقت الخاص بهذا النشاط الأمر الذي يحتاج الى جهود
 كبيرة لتحديد التوزيعات الاحتمالية لجميع أوقات الأنشطة u .

ولذا افترض المبرجون الاوائل لطريقة PERT مجموعة اضافية من الفروض والتي يمكن اعتبارها مقبولة الى حد كبير وذلك بدلا من اللجوء الى تحديد التوزيعات الاحتمالية (PDF) Probability Distribution Function لكل الأوقات Y_u ، وهذه الشروط الاضافية هي :

٤ - أن التوزيع الاحتمالي لوقت النشاط Y يمكن اعتباره بمثابة توزيع بيتا Beta .

٥ - أن متوسط الموث والتباين الخاص بكل نشاط يمكن حسابه بشكل تقريبي مخالف قليلا لحساب المتوسط والتباين لتوزيع بيتا Beta المفترض وذلك كما يلي :

$$Y_u = \frac{a_u + 4 m_u + b_u}{6}$$

$$\sigma_u^2 = \left(\frac{b_u - a_u}{6} \right)^2$$

حيث

a_u تمثل الوقت المتفائل لأداء النشاط .

b_u تمثل الوقت المتشائم لأداء النشاط .

m_u الوقت الأكثر احتمالا لأداء النشاط (المنوال الخاص بالتوزيع

الاحتمالي Y_u) .

وبالتالى فانه يكفى تحديد a_u , b_u , m_u حتى يمكن
تحديد \bar{y}_u , σ_u^2 وهما بدورهما يستخدمان فى تحديد المسار
الحرج CP وتحديد مدى امكانية تنفيذ المشروع فى مهلة محدد .

١ / ٦ : قواعد عامة يجب الاسترشاد بها عند تحديد a_u , b_u , m_u :

رغم وضوح التعريفات الخاصة بكل من a_u , b_u , m_u عند
تحديد أوقات الأنشطة u فهناك مجموعة من القواعد أو النقاط التى
تساعد فى تقدير هذه الأوقات بطريقة دقيقة والتى نذكرها فيما يلى :

١ - ان حجر الزاوية و اعبار وقت تحقق المشروع T_n بمثابة تفسير
عشوائى يأخذ شكل التوزيع المعتدل يتوقف أساسا على ضرورة
توافر شرط الاستقلالية بين الأنشطة المختلفة ، ولذا يجب مراعاة
الاستقلالية التامة عند تحديد a_u , b_u , m_u الخاصة بالنشاط
محل البحث ودون التأثير بالمرء بما سوف يحدث بالنسبة للأنشطة
الأخرى والتى بالتالى قد تؤثر على مدى توافر الموارد أو العمالة
اللازمة لأداء النشاط محل البحث .

٢ - لا يجب أن يتم تقدير a_u , b_u , m_u فى ضوء الوقت المتبقى لتنفيذ
المشروع ، فلا يجب مراجعة الأوقات بما يتفق مع الميعاد
المخصص لانتهاء من المشروع وانما يتم مراجعتها فقط اذا ما طرأت
تغيرات على طبيعة النشاط أو عندما يحدث تعديل فى الأيسدى
العاملة أو الموارد المتاحة لأداء النشاط .

٣ - يجب عند وضع هذه التقديرات أن يكون واضحا للقائمين بها أنها

لاتمثل التزاما بالتنفيذ في ميعاد محدد وإنما هي مجرد
تقديرات لأوقات أداء هذه الأنشطة .

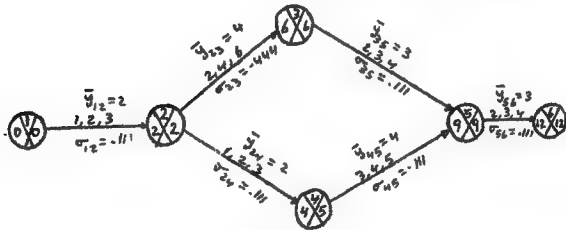
٤ - لا يجب أن تتضمن هذه التقديرات مسوحات لمواجهة أعمال
قليلة ماتحدث والتي يصعب النظر إليها على أنها متغيرات
عشوائية مثل حدوث حرائق هائلة أو غياضات أو حروب
..... الخ .

٥ - على العكس يجب أن تتضمن التقديرات مسوحات لمواجهة
الأحداث الممكن اعتبارها متغيرات عشوائية كالتغيرات في
الطقس الخ .

٦/٢ كيفية حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع في وقت محدد :

Probability of Meeting a Scheduled Date:

يمكن توضيح ذلك بالمثال التالي :



شكل (١٤/١)

$$\bar{y}_{12} = \frac{1+4 \times 2+3}{6} = 2 \quad \sigma_{12}^2 = \left(\frac{-3-1}{6} \right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{23} = \frac{2+4 \times 4+6}{6} = 4 \quad \sigma_{23}^2 = \left(\frac{6-2}{6} \right)^2 = .444$$

$$\bar{y}_{2u} = \frac{1+4 \times 2+3}{6} = 2 \quad \sigma_{24}^2 = \left(\frac{-3-1}{6} \right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{35} = \frac{2+4 \times 3+4}{6} = 3 \quad \sigma_{35}^2 = \left(\frac{4-2}{6} \right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{45} = \frac{2+4 \times 4+5}{6} = 4 \quad \sigma_{45}^2 = \left(\frac{5-3}{6} \right)^2 = .111$$

$$\bar{y}_{56} = \frac{2+4 \times 3+4}{6} = 3 \quad \sigma_{56}^2 = \left(\frac{4-2}{6} \right)^2 = .111$$

وتم تحديد σ_n و \bar{y}_n كما يلي :

(١) يتم تحديد الوقت المتوسط لأداء كل نشاط .

(٢) يتم تحديد المسار الحرج π_0 ليكون هو 1-2-3-5-6

(٣) يكون المتغير العشوائي T_n المبرر عن تحقق حدث النهاية بمثابة مجموع المتغيرات العشوائية الخاصة بأوقات الأنشطة الحرجة أي أن :

$$T_n = T_{12} + T_{23} + T_{35} + T_{56}$$

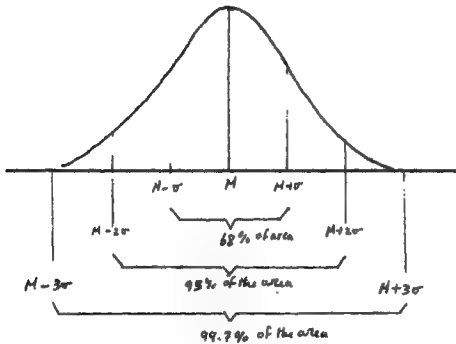
ويأخذ المتغير T_n شكل التوزيع المعتدل، ويكون متوسطه وتباينه كما يلي

$$E_n = \sum_{u \in \pi_0} y_u = 2+4 + 3 + 3 = 12$$

$$\sigma_n^2 = \sum_{u \in \pi_0} \sigma_u^2 = .111+.444+.111+.111 = .777$$

$$\Rightarrow \sigma_n = \sqrt{.777} = .881$$

ونشير هنا الى أن معالم التغير T_n الخاص بوقت المشروع والذي يخضع للتوزيع المعتدل تتحدد تماما بمعرفة كل من المتوسط والتباين إذ أن منحنى التوزيع المعتدل كما هو معروف يأخذ الشكل التالي :



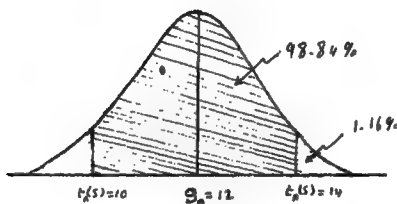
شكل (١٥/١)

٣/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بإمكانية تنفيذ المشروع قبل الميعاد المحدد:

The probability of Meeting an Arbitrary Scheduled Date:

فإذا كان المطلوب في المثال السابق هو حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع في حدود ١٤ يوما كان معنى ذلك أن المطلوب :

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 14 \} &= \Phi \left\{ \frac{t_n(5) - g_n}{\sigma_n} \right\} \\
 &= \Phi \left\{ \frac{14 - 12}{.881} \right\} \\
 &= \Phi(2.270) = .98840 = 98.84 \%
 \end{aligned}$$



شكل (١٦/١)

أى أن الوقت المتوقع للانتهاء من تنفيذ المشروع السابق هو ١٢ يوما وأن الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع في مدة أقصاها ١٤ يوما هو ٩٨.٨٤ % .

ونشير هنا أن احتمال أن يأخذ المشروع مدة أكبر من ١٤ يوما هو ١.١٦ % وهذا الاحتمال هو نفس الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع في مدة أقصاها ١٠ أيام . ويرجع ذلك الى تماثل المنحنى المعتمد .

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 10 \} &= \Phi \left\{ \frac{10 - 12}{\frac{.881}{.881}} \right\} \text{ اذ أن} \\
 &= \Phi (- 2.270) \\
 &= 1 - \Phi(2.270) \\
 &= 1 - .9884 = .116 = 1.16\%
 \end{aligned}$$

يزداد الاحتمال الخاص بإمكانية التنفيذ كلما قلت قيمة σ وعلى
المعكس يقل الاحتمال كلما زادت قيمة σ والتي تعكس مدى التشتت
في الأوقات الخاصة بالتنفيذ ، ففي المثال السابق اذا كانت
 $\sigma = 2.735$ أي أن $\sigma^2 = 1.654$ فان الاحتمال
الخاص بالتنفيذ في حدود ١٤ يوما يقل كما يلي :

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 14 \} &= \Phi \left\{ \frac{14 - 12}{1.654} \right\} = \\
 &\Phi(1.2) = 89\%
 \end{aligned}$$

ويكون الاحتمال الخاص بالتنفيذ في حدود ١٠ أيام كما يلي :-

$$\begin{aligned}
 \Pr \{ T_n \leq t_n(5) = 10 \} &= \Phi \left\{ \frac{10 - 12}{1.654} \right\} = \\
 &\Phi \{- 1.2 \} = 1 - \Phi \{ 1.2 \} = 11\%
 \end{aligned}$$

وقد يثار السؤال بطريقة أخرى وهو تحديد الحد الأقصى للوقت
اللازم لتنفيذ المشروع والذي يمكن للمشروع الالتزام به بدرجة ثقة معينة ،
كأن يكون السؤال في المثال السابق ، ما هو الحد الأقصى الممكن
للمشروع التفاوض على إمكانية تنفيذ المشروع في حدوده بالشكل السذي
يزيد احتمال تحقق ذلك الى 95% أي المطلوب تحديد $t_n(5)$
بحيث أن :

$$\Pr \{ T_n \leq t_n(5) \} \geq 95\%$$

وتكون $t_n(s)$ عند $s = 1.654$ كما يلي :

$$\phi \left\{ \frac{t_n(s) - 12}{1.654} \right\} = \phi \{ 1.65 \}$$

وهنا نلاحظ $\phi \{ 1.65 \}$ هي المقابلة لاحتمال

$$\longrightarrow \frac{t_n(s) - 12}{1.654} = 1.65$$

$$\therefore t_n(s) = 1.65 \times 1.654 + 12 = 14.7$$

٤/٦ الاحتمال الخاص بتنفيذ جانب معين من المشروع في وقت محدد :

The Probability of Meeting an Arbitrary Scheduled Date of Subnetwork :

فقد تهتم ادارة المشروع بحجز معين من شبكة الأعمال له بداية ونهاية محددة داخل الشبكة الكلية للمشروع. فهنا يكون الاحتمال الخاص بتنفيذ هذا الجزء في وقت محدد هو احتمال مشروط Conditional Probability بأن الاحداث السابقة على حدوث البداية قد تمت في المواعيد السابق تحديدها بالنسبة لها أى أننا نفترض أن التباين الخاص بالأحداث السابقة بأنها = صفر.

٥/٦ بعض الملاحظات الخاصة عند حساب الاحتمالات :

Some Probabilistic Considerations :

لقد لاحظنا فيما سبق أن هناك العديد من الافتراضات والستى أمكن في ضوءها الوصول الى النتائج السابقة. ويثار السؤال هنا حول مدى صلاحية Validity هذه الافتراضات كأساسا لبناء

النموذج . اذ أن النظرة الفاحصة تبين الحاجة الى ضرورة ادخال تعديلات جوهرية حتى يمكن قبول النموذج كأساس على للتعبير عن هذا النوع من المشاكل ، اذ أن نموذج PERT بشكله الحالي عرضه للكثير من الانتقادات التي يمكن أن نورد هاسبها يلي :

(١) لاشك أن الافتراض الخاص بأن توزيع الأوقات يخضع لتوزيع بيتا (Beta DF) هو افتراض مقبول وصالح في كثير من الأحيان ، الا أن هناك ولاشك بعض الحالات التي يكون فيها منطقيا أيضا افتراض توزيع آخر للوقت الخاص ببعض الأنشطة . فقد تمثل القيم a, b على سبيل المثال الحد الأدنى والأعلى الذي يمكن أن يأخذه وقت التنفيذ . وأن الاحتمال الخاص الذي يأخذه أي وقت للتنفيذ ما بين a, b هو احتمال متساوي . ففي هذه الحالة يكون التوزيع الاحتمالي الأكثر ملائمة لهذه الحالة هو التوزيع المتساوي Uniform PDF على المسافة المخلقة من الجانبين $[a, b]$.

(٢) قد لا تتوافر الخبرة الكافية للأفراد الذين يقومون بوضع التقديرات الخاصة بالقيم a, b, m كما قد تختلف هذه التقديرات وفقا لشخصية القائم بالتقدير فيكون البعض محافظا والبعض الآخر متساهلا في وضع هذه التقديرات . كما أنه عادة ماتكون هذه التقديرات متحيزة للقيم التي يشمر وأضع التقدير أنها تتفق وتقديرات بعض كبار المسؤولين في المشروع .

(٣) اللجوء الى التبسيط في تقدير المتوسط والتهانين الخاص بوقت

$$\text{كل نشاط اذ يفترض أن المتوسط} = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\left(\frac{b-a}{6} \right)^2 = 0 \text{ والنباين}$$

٤) اتنا افترضنا أن السار الحرج هو السار الوحيد الذى يتحكم فى وقت المشروع مبطين بذلك الأوقات الخاصة بالسارات الأخرى ، فإذا كان هناك عدة سارات من نقطة البداية حتى نقطة النهاية ولتكن $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r$ وبالتالى فإن T_n يكون فى حقيقة الأمر كما يلى :

$$T_n = \max_j \{ T(\pi_j) \}$$

ويترتب على هذه النقطة مجموعة الحقائق التالية :

١/٤ : اتنا افترضنا استقلالية هذه السارات الأمر الذى ليس صحيحا خاصة إذا ما كانت هناك بعض الأنشطة المشتركة على أكثر من سار .

٢/٤ : وحتى بغرض تحقيق الاستقلالية لكل سار عن السارات الأخرى ولكل نشاط داخل السار الواحد عن الأنشطة الأخرى بحيث أمكن اعتبار أن التوزيع الخاص بالوقت الخاص بكل سار هو التوزيع المعتدل ، فإن التوزيع الخاص بوقت تنفيذ المشروع ككل T_n لا يمكن اعتباره انه توزيع معتدل إذ أن التفسير الذى يأخذ القيمة القصوى لقيم عدة متغيرات لها شكل التوزيع المعتدل لا يكون هو نفسه توزيعا معتدلا .

اذ يكون التوزيع الاحتمالى لـ T_n هو حاصل ضرب التوزيعات الاحتمالية المعتدلة للسارات المختلفة ولا يشترط بالضرورة أن يكون

توزيع T بذلك توزيعاً معتدلاً ، أى أن :

$$Pr\{T \leq T\} = Pr\{\max (T(\pi_1), T(\pi_2), \dots, T(\pi_r) \leq T\}$$

$$= Pr\{T(\pi_1) \leq T, T(\pi_2) \leq T, \dots, T(\pi_r) \leq T\}$$

$$= \prod_{k=1}^r Pr\{T(\pi_k) \leq T\}$$

٣/٤ : وحتى إذا افترضنا أن التوزيع الاحتمالى لـ T_n هو توزيع معتدل فإن الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع سوف يكون دائماً متغافلاً ويزداد ذلك بصفة خاصة كلما زادت عدد المسارات المتوازية التى تلتقى عند حدث النهاية ، كما أن التباين المحسوب سوف يكون متغيراً أيضاً ولكن قد يكون هذا التحيز إما بالزيادة أو بالنقص .

٥ - : كما يتوقف درجة الخطأ وفقاً للشكل الخاص بشبكة الأعمال فى حالة وجود مسار خاص أطول بشكل كبير من باقى المسارات فى شبكة الأعمال فهنا تقترب طريقة PERT من الدقة ويكون الخطأ المتوقع فقط على مستوى التقديرات الخاصة بالأنشطة .

ولكن فى حالة وجود أكثر من مسار وكان الوقت المتوقع لهذه المسارات متقارباً فإن الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع وتباينه يكون مرتبطاً فقط بأكثر المسارات طولاً وذلك رغم تأثره بشكل كبير بالمتوسط والتباين الخاص بكل من المسارات الأخرى التى تقترب فى متوسطها من المسار الحرج .

الا أن تأثير هذه المسارات على المسار الحرج يقل في حالة اشتراك هذه المسارات مع المسار الحرج في عدة أنشطة .

ولذا يتطلب الأمر لبناء نموذج احتمالي دقيق لشبكة الأعمال ضرورة أخذ هذه النقاط في الحسبان الأمر الذي يجعلها مختلفة تماما عن نموذج PERT وهذا ماحدثنا الى القول في مقدمة هذه المذكرات الى ضرورة التفرقة بين النماذج ذات الأوقات المؤكدة والأوقات الاحتمالية Deterministic Activity Network Vs Probabilistic Activity Network وذلك بدلا من استخدام CPM & PERT كأساس للتفرقة .

٦/٦ مثال يوضح الاجابة على بعض الأسئلة التي تهم المدير المسئول عن المشروع :

نفرض أن هناك تسعة أنشطة حرجه ه يمثل الوقت اللازم لتنفيذها المسار الحرج لمشروع ما وكان المتوسط الخاص بتنفيذ هذه الأنشطة هو 7.05 يوما والتباين 47. يفرض استقلالية أداء هذه الأنشطة ونظرا لأن عدد الأنشطة الحرجه < 4 وأن النشاط الحرج أطول من باقي المسارات الأخرى بشكل واضح فانه يمكن تطبيق نظرية GLT وبالتالي يمكن الاجابة على التساؤلات التالية :

١ - ماهو الوقت المتوسط لأداء هذا المشروع $T_n(s)$ (المسار الحرج) الذي يمكن للمشروع الالتزام به بدرجة ثقة 90% على الأقل .

أي المطلوب تحديد $t_n(s)$ التي يكون عندها التنفيذ $\leq 90\%$.

$$i.e \Pr \{ T_n \leq t_n(s) \} \geq 90 \%$$

$$\longrightarrow \Phi \left\{ \frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n} \right\} = \Phi (1.28)$$

$$\longrightarrow t_n(s) - 7.05 = .47 \times 1.28$$

$$t_n(s) = 7.05 + .47 \times 1.28 = 7.65 \text{ days.}$$

(٧) ماهو الاحتمال الخاص بإمكانية تنفيذ المشروع بعد أقصى 7 يوم

$$P_r \{ T_n \leq t_n(s)=7 \} = \Phi \left\{ \frac{7 - 7.05}{.47} \right\} = (\dots, 106)$$

$$= 1 - \Phi (1.06)$$

$$= 1 - 5636 = .4364$$

$$= 43.64 \%$$

وإذا أريد رفع احتمال التنفيذ في ٧ أيام الى 90 % كان معنى ذلك أنه يجب تخفيض المتوسط عن 7.05 وذلك عن طريق ادخال بعض التغييرات التكنولوجية في أداء بعض الأنشطة وتكون قيمة g_n اللازمة لتحقيق ذلك كما يلي :

$$P_r \{ T_n \leq t_n(s)=7 \} \geq 90 \%$$

$$\Phi \left(\frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n} \right) = \Phi (1.28)$$

$$i.e \quad \frac{7 - g_n}{.47} = 1.28 \quad g_n = 7 - .47 \times 1.28$$

$$i.e \quad g_n = 7 - .60 = 6.40$$

أي يجب ادخال تعديلات جوهرية على أداء بعض الأنشطة بحيث يكون متوسط الوقت اللازم لأداء الأنشطة 6.40 وليس 7.05 بتخفيض قدره 65 يوما . ويمكن الوصول الى النتائج المرجوة أيضا

عن طريق التأثير في قيمة التباين وبالتالي الانحراف المعياري لهذه الأنشطة أو مزيج من التأثير علي كل من المتوسط والتباين الخاص بهذه الأنشطة .

٧/٦ تحديد المسار الحرج بالنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات :

A Flow- network Interpretation For the Determination of the CP :

لاحتوى شبكات الأعمال على أى تدفقات من نوع ما ، فهي عبارة عن مجموع من الأنشطة والأعمال اللازمة لتحقيق أحداث معينة . الا أنه ولأغراض حساب المسار الحرج CP فإنه يمكن النظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات والتي يتم فيها مرور وحدة ما ابتداء من حدث البداية (١) لتنتهى عند حدث النهاية (n) وبالتالي ننظر الى الوقت T_j على أنه الوقت اللازم لنقل هذه الوحدة من الحدث (١) الى الحدث (j) أو يمكن النظر الى T_j على أنها مقدار المنفعة Utility المدققة لنقل الوحدة من الحدث (١) الى الحدث (j) . ويمكن تحديد المسار الحرج بذلك هو المسار صاحب أكبر وقت لنقل هذه الوحدة من الحدث (١) الى الحدث (n) أو هو المسار صاحب أكبر منفعة (maximum Utility)

وتحقق هذه النظرة مجسومة من المزايا نورد ها فيما يلى :

١ - إمكان التعبير عن المشكلة الخاصة بتحديد المسار الحرج كمشكلة برمجة خطية الأمر الذى أدى الى الوجود الفوري لطريقة حل

ثنائية Immediate Dual Algorithm .

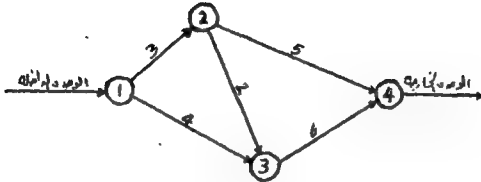
٢ - أن جميع النظريات الخاصة بالبرمجة الخطية وشبكات التدفقات تكون متاحة للإجابة على الاسئلة المختلفة كذلك الخاصة بتحليل الحساسية . ويزيد من أهميته ذلك أن هذه النظريات مبنية على أرض صلبة ولها نتائج باهرة .

٣ - أن هذا النموذج يعد مدخلا لنماذج أخرى احتمالية أكثر تعقيدا .

فإذا نظرنا الى الوحدة المارة من الحدث (1) في الانجاء الى الحدث (j) $x_{1j} \geq 0$ وكانت المنفعة المحققة هي y_{1j} فان نموذج البرمجة الخطية يكون كما يلي :

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{(1,j) \in A} y_{1j} x_{1j} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in Q(1)} x_{1i} = 1 \\ & - \sum_{i \in Q(1)} x_{1j} + \sum_{k \in Q(j)} x_{jk} = 0 \quad j=2,3,\dots,n-1 \\ & - \sum_{i \in Q(n)} x_{in} = -1 \\ & x_{1j} \geq 0 \end{aligned}$$

يمكن توضيح ذلك بمثال كما يلي :



شكل (١٧/١)

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_{12} + 4x_{13} + 2x_{23} + 5x_{24} + 6x_{34} \\
 \text{s.t} \quad & x_{12} + x_{13} = 1 \\
 & -x_{12} + x_{23} = 0 \\
 & -x_{13} - x_{23} + x_{34} = 0 \\
 & -x_{24} - x_{34} = 1 \\
 & x_{ij} \geq 0
 \end{aligned}$$

وهنا نلاحظ أن مجموعة الـ x_{ij} التي تحقق المعادلات السابقة إما أن تأخذ القيم صفر أو تأخذ القيم واحد صحيح وذلك على المسار الذي يحمل الوحدة المارة من المنبع إلى المصرف وبالتالي فإن دالة الهدف التي تهدف إلى تعظيم منفعة الوحدة المارة أي تحديد أطول

سار نؤدى بالتالى الى تحديد المسار الحرج .

ويكون النموذج الثانى للمسألة السابقة كما يلى :

$$\begin{array}{llll}
 \min & W_1 - W_4 & & \\
 \text{s.t} & W_1 - W_2 & \geq 3 & X_{12} \\
 & W_1 - W_3 & \geq 4 & X_{13} \\
 & W_2 - W_3 & \geq 2 & X_{23} \\
 & W_2 - W_4 & \geq 5 & X_{24} \\
 & W_3 - W_4 & \geq 6 & X_{25}
 \end{array}$$

W_i 's unrestricted in sign

ويمكن التعبير عن النموذج الخاص بالمسألة الثانية فى شكله العام

كما يلى :

$$\begin{array}{ll}
 \min & Z = W_1 - W_n \\
 & W_1 - W_j \geq y_{1j} \quad \forall (1,j) \in A
 \end{array}$$

W_i 's unrestricted in sign

وبلاحظ هنا امكان الحصول فوراً الى الحل الامثل للمسألة الثانية

اذ تحتوى كل متباينة على متغيرين فقط وبالتالى فان أقل قيمة لـ W_1

الهدف يمكن أن تتحقق بغضاًى قيمة ما لـ W_1 أو W_n ثم تحديد

بأى القيم فى ضوء هذه القيمة المختارة اذ أن العبارة هنا فى تحديد الفرق بين w_1 و w_n وجعله أقل ما يمكن وبالتالي فان تحديد قيمة w_1 سوف يؤدى الى أن تأخذ w_n قيمة أخرى محددة بحيث يكون $w_1 - w_n$ أقل ما يمكن. فإذا افترضنا أن $w_1 = 0$ فانه يمكن كتابة المسألة التالية كما يلى :

$$\begin{aligned} \min \quad & -w_4 \\ \text{s.t.} \quad & w_2 \leq w_1 - 3 \\ & w_3 \leq w_1 - 4 \\ & w_3 \leq w_2 - 2 \\ & w_4 \leq w_2 - 5 \\ & w_4 \leq w_3 - 6 \end{aligned}$$

ويتبين لنا أن تقليل قيمة دالة الهدف معناه زيادة القيمة المطلقة لـ w_4 إلا أنه من القيود يتبين أن الحد الأقصى للقيمة التى يأخذها المتغير w_4 تتوقف على الحد الأقصى للقيمة التى يأخذها المتغير w_3 ، w_2 وهذه الأخيرة تتوقف على قيمة w_1 . وبحيث اننا افترضنا $w_1 = 0$ اذا الحد الأقصى لقيمة w_2 هى -3 وتكون بذلك القيمة القصوى لـ w_3 هى -5 ، وبالتالي فان أقصى قيمة لـ w_4 هى -11 - حيث أن $w_4 \leq -8$ ، $w_4 \leq -11$)

وبالتالى يكون الحل الأمثل بفرض أن $w_1^* = 0$ كما يلى :

$$w_1^* = 0 \quad w_2^* = -3, \quad w_3^* = -5 \quad w_4^* = -11, \quad Z = 11$$

ونلاحظ هنا تحقق القيد الاول والثالث والأخير فى شكل متساوية

على عكس القيد الثانى والرابع وبالتالى فإن $x_{13}^*, x_{24}^* = 0$ وفقا

لنظرية الثنائية ، بينما يمكن للمتغيرات الأخرى x_{12}, x_{23}, x_{25}

أن تأخذ قيم لا تساوى صفراً تأخذ القيمه واحد صحيح فى هذه الحالة

(المتغيرات x_{12} تأخذ القيم صفراً واحد فقط) والرجوع الى المسألة

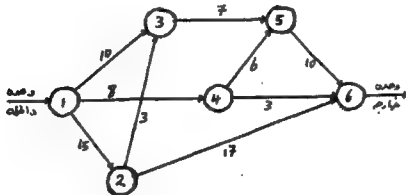
الأصلية Primal تصل الى الحل الأمثل والذي يتمثل فى

$$x_{12}^* = 1, \quad x_{13}^* = 0, \quad x_{23}^* = 1, \quad x_{24}^* = 0$$

$$x_{34}^* = 1, \quad Z = 11$$

مثال : أوجد السار الحرج باستخدام البرمجة الخطية والنظرية الثنائية

لشبكة الأعمال التالية :



شكل (١٨/١)

١ - اذا أعطيت مجموعة من الأنشطة بينها علاقات تباعمية كما يلي :

| الأنشطة السابقة مباشرة له | النشاط |
|---------------------------|--------|
| - | A |
| - | B |
| - | C |
| - | D |
| B, C, D | E |
| A, B, C, D | F |
| A, B, C, D | G |
| F, G, I | H |
| A, B, C, D | I |
| O, E, N | J |
| B, C, D | K |
| K | L |
| B, C, D | M |
| B, C, D | N |
| A, B, C, D | O |

فالمطلوب : رسم شبكة الاعمال التي تمبر عن هذه الأنشطة على أن يكون للمشروع بداية واحدة ونهاية واحدة وشرط استخدام الأنشطة الوهمية في أقل نطاق ممكن .

٢ - اذا كانت الانشطة الخاصة بمشروع ما والعلاقات التتابعية بينها كما يلي :

| الانشطة السابقة اللازمة لبدأ النشاط | النشاط |
|-------------------------------------|--------|
| - | A |
| A | B |
| A | F |
| A | H |
| B | C |
| B | D |
| C | E |
| F | G |
| F | I |
| H | J |
| I, J | K |
| G, D , E | L |
| K | M |
| L , M | N |

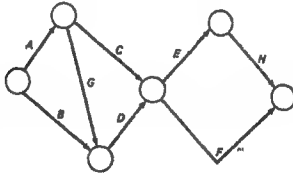
فالمطلوب : التعبير عن هذه الانشطة في شكل شبكة أعمال مع استخدام الانشطة الوهمية في أقل نطاق ممكن .

٣- اذا كانت الانشطة الخاصة بمشروع ما والعلاقات التابعة بينها

كما يلي :

| النشاط | الانشطة السابقة واللازمة لبدأ النشاط |
|--------|--------------------------------------|
| A | - |
| B | - |
| C | A |
| D | B , G |
| E | C , D |
| F | D |
| G | A |
| H | E |

فاذا تم التعبير عنها بطريقة غير سليمة كما في الشكل التالي :



فالمطلوب تصحيح هذا الشكل عن طريق استخدام نشاط وهمي

واحد فقط .

٤- اذا اخيف النشاط ٧ - ٥ الى مجموعة الانشطة الخاصة بهيكسة

الاصال (١١/١) وكان الوقت اللازم لاداء هذا النشاط هو يوم واحد فقط .

هل سوف تؤدي هذه الاضافة الى تغيير الاوقات الخاصة ببداية ونهاية كل نشاط أم ستظل هذه الاوقات على ما هي عليه ؟

٥ - اذا كانت تقارير سير العمل لفبكة الاعمال (١١/١) عن نهاية اليوم الخامس لبدا المشروع تبين ما يلي :

| النشاط | وقت البداية | وقت النهاية | ملاحظات |
|--------|-------------|-------------|--|
| 1- 0 | 1 | 3 | - |
| 2- 1 | 5 | - | - |
| 3- 0 | 0 | 2 | - |
| 4- 3 | 3 | - | - |
| 7- 3 | 2 | - | - |
| 6- 0 | 5 | - | - |
| 8- 5 | - | - | يتوقع أن يزيد وقت تنفيذ النشاط عما هو مقدراً بأربعة أيام |

أ - ما هو موقف تنفيذ المشروع الحالي وما مدى إمكانية الانتهاء من المشروع في الميعاد السابق تحدیده وهو ١٥ يوما ؟

ب - ما هي الانشطة التي يجب الاسراع في تنفيذها لتعويض التأخير الحادث في تنفيذ المشروع ؟

الفصل الثانى

جدولة أنشطة شبكات الأعمال - النماذج الرئيسية

Scheduling The Activities of A Network
Basic Scheduling Models

١ - مقدمة :

لقد بينا فى الفصل السابق إمكانية التعبير عن الشروط نفسى شكل شبكة أعمال ، ثم بينا كيفية تحديد الأوقات المبكرة والتأخرة لكل حدث وذلك فى حالة معرفة الأوقات الخاصة بكل نشاط ، وفى ضوء هذه البدايات المبكرة والتأخرة للأحداث أمكن تحديد الفاقص المتاح لكل نشاط .

ولقد افترضنا فى هذا الفصل السابق أن الموارد اللازمة لتنفيذ هذه الأنشطة موارد متاحة بكميات كبيرة وبالتالى يمكن تجاهل الأثر الخاص بمدى توافر هذه الموارد عند جدولة أنشطة المشروع . وفى هذا الفصل سوف ندرس أثر وجود الموارد بكميات محدودة على جدولة أنشطة المشروع إذ فى ظل هذه الموارد المحدودة سوف تزداد الأمور تعقيدا بطبيعة الحال فقد كان هناك على سبيل المثال مفهوم واضح وبسيط ومحدد لأنواع الفاقص المتاح لكل نشاط فالفاقص الاجمالى للنشاط

$$S_{ij}^{(1)} = t_j(L) - t_i(E) - \gamma_{ij}(ij) \quad (1)$$

كنتيجة طبيعية لوجود قيم واحدة ومحددة لكل من $t_j(L)$ ، $t_i(E)$ ، الا أن الأمر سوف يختلف فى ظل وجود موارد محدودة فلا يتوقف تحقق

الأحداث على أوقات الأنشطة فقط بل أيضا على مدى توافر الموارد اللازمة لتنفيذ هذه الأنشطة . كذلك الحال بالنسبة لتحديد المسار الحرج والذي سوف يتأثر بالتأجيل الذي سوف يحدث في تنفيذ بعض الأنشطة بسبب عدم توافر الموارد اللازمة . ولا شك أن التقدم التكنولوجي الهائل الذي أدى إلى توافر موارد ذات تكلفة عالية وبالتالي ضرورة أخذها في الحسبان عند جدولة أنشطة المشروع بالإضافة إلى تنوع الخبرات الفردية المطلوبة لأداء أنشطة المشروعات المختلفة قد أدى إلى الاهتمام بهذه المشكلة والتي أصبحت تحظى باهتمام يفوق الاهتمام التقليدي بكل من PERT & CPM .

٢ - الجهود الخاصة بإيجاد حلول مثل هذا النوع من المشاكل :

لقد أدى تعدد الموارد اللازم أخذها في الحسبان عند جدولة أنشطة هذه المشروعات بالإضافة إلى صعوبة التعبير عن هذه المشكلة في شكل نماذج رياضية إلى عدم إمكانية تطوير حلول مثل : ان تمثلت الجهود المبذولة حتى الآن في التعبير عن المشكلة في شكل نماذج خطية ذات أعداد صحيحة Integer Linear Programming models (ILP) وهو الأمر الذي يصعب معه

وصفي في حالة استخدام الحاسبات الآلية الوصول إلى الحل الأمثل . وقد أدى ذلك إلى قيام كثير من الكتاب باقتراح عدة قواعد منطقية لحل المشكلة heuristics والتي تمكننا من الوصول إلى حلول مرضية كثيرا . ما تقترب من الحلول المثلى وذلك دون بذل جهد كبير في سبيل الوصول إلى ذلك . ونشير هنا إلا أنه لا يمكن تبني مجموعة قواعد معينة تصلح لحل أي مشكلة ، إذ أن مجموعة القواعد heuristic

التي تتفوق في حل مشكلة معينة قد لا تحقق نفس التفوق في حل مشكلة أخرى . وعموما يمكن تصنيف مثل هذا النوع من المشاكل فسي مجبوعات متشابهة وذلك في ضوء الهدف الأساسي المراد تحقيقه من وراء كل مشكلة ، فإذا كان المتاح من كل مورد محدود العدد أو الكمية ، فهل سوف يؤدي ذلك إلى زيادة وقت المشروع ؟ وإذا كان الأمر كذلك فما هو الحد الأدنى للوقت اللازم لتنفيذ المشروع ؟ أما إذا كان من الممكن زيادة العدد أو الكمية المتاحة من كل مورد فقد يكون السؤال المطروح خاص بتحديد الكمية التي يفضل للمشروع الاستعانة بها، وكذا قد نحتاج الإدارة إلى تحديد الأوقات المختلفة المتوقعة لتنفيذ المشروع في ظل توافر مستويات مختلفة من الموارد حتى يتم في ضوء ذلك تحديد المستوى الأمثل لهذه الموارد أخذاً في الحسبان تكلفة توفير هذه الموارد من ناحية والمعاقد الممكن تحقيقه من وراء تنفيذ المشروع في مواعيد محددة من ناحية أخرى .

٣ - وصف طبيعة المشاكل الرئيسية والخاصة بجدولة الأنشطة :

Description of Basic Scheduling Problems

قبل تقسيم هذه المشاكل إلى مجبوعات متشابهة نود أن نضيق إلى أن هناك مجموعة من الافتراضات التي نفترض توافرها بصفة عامة والتي نورد هنا فيما يلي :

- ١ - أن لكل مشروع وقت بداية ونهاية محددة .
- ٢ - أن هناك تتابع منطقي لأداء أنشطة المشروع كما هو محدد بمخطط الأعمال .

- ٤ - أن حاجة كل نشاط من هذه الموارد ثابتة ومحددة مقدما .
- وفي ضوء هذه الافتراضات العامة فإنه يمكن تقسيم المشاكل الخاصة بجدولة الأنشطة الى ثلاث مجموعات رئيسية هي :
- ١ - حالة تخصيص موارد متاحة بكميات محدودة .
 - ٢ - حالة تهيئ مستوى الموارد المطلوبه بغرض أنها متاحة بكميات غير محدودة .
 - ٣ - الحالة الخاصة بالتخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد .

وفيما يلي سوف نبين مجموعة القواعد المنطقية heuristics اللازمة لحل كل مجموعة .

١ / ٣ - حالة تخصيص موارد متاحة بكميات محدودة :

Limited Resource Allocation :

هذه الحالة هي الأكثر انتشارا، وتظهر عندما يكون هناك حدود قصوى للكميات المتاحة من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع . ويمثل الهدف في هذه الحالة في تقليل وقت تنفيذ المشروع وبالتالي محاولة الاستمرار بالمواعيد المحددة قدر الامكان وذلك في ظل القيود الخاصة بالكميات المحدودة من الموارد المتاحة .

٢/٣ : تنهيد المستوى المطلوب من كل مورد بفرض أنه متاح بكميات

غير محدودة :

Unlimited Resource Leveling

في هذه النوع من المشاكل يمكن لادارة المشروع توفير أى كمية من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع في وقت معين وذلك كما هو الحال في معظم مبرمجات المقاولات . ويمثل الهدف الذي تسعى الى تحقيقه في هذه الحالة في تخفيض تكلفة استخدام هذه الموارد وذلك عن طريق تحديد المستوى الأمثل اللازم استخدامه من كل مورد حتى يتفادى عمليات تجميع هذه الموارد ثم الاستغناء عنها عدة مرات أثناء تنفيذ المشروع والتي كثيرا ماتحمل المشروع نفقات كبيرة ولذا فيتم جدولة الأنشطة بالشكل الذي يسمح بتخفيض التكلفة من خلال محاولة تحقيق التثبيت النسبي Leveling في المستوى المطلوب من كل مورد في خلال فترة تنفيذ المشروع مع احتمال السماح بتحقيق التراكمات build up اللازمة مرة واحدة في بداية المشروع للوصول الى هذه المستوى الثابت ، وكذا السماح بالتخلص من بعض أو كل هذه الموارد tapering off والنزول عن هذا المستوى الثابت في نهاية حياة المشروع .

٣/٣ التخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد :

Long Range Resource Planning:

ان قد تسعى الادارة الى التعديل في كل من الموارد المتاحة من ناحية والعدد اللازمة لتنفيذ المشروع من ناحية أخرى حتى يمكن الوصول الى التوليفة المثل التي تقلل التكلفة الخاصة بالابقاء على

مستوى معين من الموارد وكذا التكاليف الثابتة وأيضا تكلفة عدم الالتزام بتنفيذ المشروع في السداد المتفق عليه . أى تتضمن هذه المجموعة من المشاكل كيفية العمل على الموازنة بين أهمية عنصر التكلفة والوقت time - Cost trade-off والتي سوف نتناولها بعث من التفصيل فى الفصل الثالث من هذه المذكرات .

يمثل الاتجاه الأساسى فى حل أى من هذه المشاكل السابقة فى ترتيب الأنشطة وفقا لمعيار ما ، فتم ترتيب وجدولة الأنشطة وفقا لهذا المعيار وذلك بمجرد الانتهاء من الأنشطة السابقة Predecessors لهذا النشاط وبشرط توافر الموارد المطلوبة . ويكون السؤال الهام خاص بمهية هذا المعيار الذى سوف يتخذ كأساس لترتيب هذه الأنشطة . ورغم تعدد المعايير فى هذا الصدد إلا أن معظم الدراسات التى تمت فى هذا الصدد قد أفاضت الى أهمية إعطاء الأولوية الأولى للأنشطة ذات الفاقص الأقل ، على أن تعطى الأنشطة صاحبة أقل وقت للتنفيذ الأولوية الثانية أى فى حالة تساوى مدة أنشطة وفقا للمعيار الأول فتم اختيار أحد هذه الأنشطة وفقا للوقت اللازم للتنفيذ إذ أن اختيار النشاط صاحب أقل وقت للتنفيذ يقلل من وقت الانتظار الخاص بهائى الأنشطة .

ونشير هنا الى صعوبة وضع معيار يلى المعيارين السابقين ففى الأهمية إذ أن المعيار الذى يحدد ملائمة لأحد الشروط لا يحدد ملائمة لشروط أخرى .

وهنا يلى نبين بعض القواعد المنطقية heuristics -

المستخدمة في حل كل من النوع الاول والثاني والثالث على أن نتناول النوع الأخير في الفصل التالي لهذا الفصل يسمى " أكثر تفصيلا " .

٤ - القواعد المنطقية الخاصة بتخصيص الموارد المتاحة بكيمات محدودة :

تمثل الفكرة الأساسية لطريقة الحل heuristic فسي جدولة الأنشطة وفقا لترتيب الخاص بها وشرط ضمان الانتهاء من تنفيذ الأنشطة السابقة لها وكذا التأكد من توافر الموارد بالقدر الكاف الذي يسمح بالتنفيذ . ولتحقيق ذلك تم تعريف مجموعتين من الأنشطة : فمثل المجموعة الأولى الأنشطة المتسمح بجدولتها (EAS) The Eligible Activity Set وهي الأنشطة التي تم تنفيذ الأنشطة السابقة عليها . وتشكل المجموعة الثانية مجموعة الأنشطة ذات بداية مبكرة (ES) Early Start أقل من الزمن الخاص بالجدولة أي أن $ES < T$. فعند $T = 1$ يسمح فقط بجدولة الأنشطة ذات البداية المبكرة $ES < 1$ وعند $T = 2$ يسمح فقط بالأنشطة ذات البداية المبكرة $ES < 2$ وشرط اتمام تنفيذ الأنشطة السابقة عليها . على أن يتم ترتيب الأنشطة داخل هذه المجموعة الثانية وفقا للفاصل الخاص بكل نشاط إذ ترتب الأنشطة ذات الفاصل الأقل أولا وفي حالة التساوي ترتب الأنشطة داخلها وفقا لوقت التشغيل الخاص بكسل نشاط فتخرج الأنشطة صاحبة الوقت الأقل في التشغيل أولا . وتسمى هذه المجموعة الأخيرة التي تحتوي على الترتيب الخاص بالأنشطة بمجموعة ترتيب الأوامر (OSS) Ordered Scheduled et .

وتشير في هذا العدد أن ترتيب الأنشطة وفقا للفاصل الخاص

بكل نشاط يتطابق تماما مع ترتيب نفس الأنشطة وفقا للوقت المتأخر
لأداء النشاط. ولذا يفضل استخدام هذا الأخير في إجراء الترتيب،
ان يحتاج الأمر الى تحديث البيانات الخاصة بالفائق كل نشاط
ان يقل هذا الفائق بالنسبة للأنشطة التي قد يحدث تأخير في بداية
تنفيذها عن البداية المبكرة الخاصة بها وهو الأمر الذي يمكن تفاديته
في حالة الترتيب على حساب البداية المتأخرة للنشاط بدلا من الاعتماد
على الفائق في إجراء هذا الترتيب ويمكن تلخيص خطوات الحل فيما
يلي :

البداية



حسب البدايات المتقدمة ES والمتأخرة LS لكل نشاط من
أنشطة المشروع. ثم تعطى المتغير T المبرر عن الوقت القيمة واحد
أى أن $T = 1$.



تحدد مجموعة الأنشطة المسح بجدولتها (EAS) والتي تحتوى
على الأنشطة التي تم جدولة الأنشطة السابقة عليها.



يتم تحديد مجموعة ترتيب الأوامر OSS والتي تتضمن أنشطة نفس
المجموعة (EAS) وشروط أن تكون $T \leq ES$ لكل نشاط وعلى أن ترتب
الأنشطة الوقت المتأخر الأصغر أولا.
وفي حالة تساوى بعض الأنشطة توضع الأنشطة صاحبة الوقت الأقسل
في التنفيذ أولا.



يتم جدولة الأنشطة في المجموعة OSS وفقاً للترتيب الوارد بها
وبشرط توافر الموارد اللازمة خلال فترة التنفيذ • وأجراء الجدولة يتم
تعديل كمية الموارد المتاحة وكذا تعديل الأنشطة الداخلة في المجموعة
(EAS)

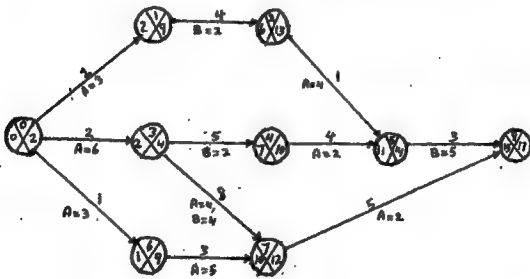


هل تم جدولة كل الأنشطة ؟ أى أصبحت (EAS) خالية

نعم ← توقف $T = T_{old} + 1$ واحسب

الهداية المبكرة الجديدة لفردات المجموعة EAS .

وسوف نبين ذلك بالشرح بالنسبة لشبكة الأعمال السابقة تقديمها
بالفصل الاول والتي نعيدھا فيما يلي :



شكل (١/٢)

وذلك مع افتراض وجود موردين A, B وكانت الكمية المطلوبة لكل نشاط من هذين الموردين كما في العمودين 3 و 2 من الجدول التالي ويوضح الجدول أيضا الوقت D اللازم لأداء كل نشاط وكذا البداية المبكرة ES والتأخرة LS والفاصل S الخاص بكل نشاط .

| Activity | Resource Req | | | | | Time | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------|--------------|---|---|----|---|------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | A | B | D | ES | S | LS | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | |
| 0-1 | 3 | — | 2 | 1 | 6 | 8 | | | X | SA | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1-2 | — | 8 | 4 | 3 | 5 | 8 | | | | | | | | X | 2B | X | 2B | 2B | 2B | | | | | | |
| 2-3 | 6 | — | 2 | 1 | 0 | 1 | | X | SA | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3-4 | — | 3 | 6 | 3 | 1 | 4 | | | X | 2B | X | 2B | X | 2B | | | | | | | | | | | |
| 2-5 | 4 | — | 1 | 7 | 5 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | X | 6A | | | |
| 4-5 | 2 | — | 4 | 8 | 1 | 9 | | | | | | | | X | 2A | X | 2A | X | 2A | | | | | | |
| 0-6 | 3 | — | 1 | 1 | 8 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3-7 | 4 | 4 | 8 | 5 | 0 | 3 | | | 4A | 4B | 4A | 4B | 4A | 4B | 4A | 4B | 4A | 4B | | | | | | | |
| 5-7 | 5 | — | 3 | 2 | 6 | 8 | | | | | | | | | | | | X | 2A | X | 2A | | | | |
| 5-8 | — | 8 | 3 | 12 | 1 | 13 | | | | | | | | | | | | | | | | X | 2A | X | 2A |
| 7-8 | 2 | — | 3 | 11 | 6 | 11 | | | | | | | | | | | | | | | X | 2A | X | 2A | X |
| Level of resource A unassigned | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| Level of resource A assigned | 6 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 4 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 2 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| Level of resource B | | 6 | 6 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| Level of resource B assigned | 6 | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 4 | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 2 | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |

ولتسهيل اجراء العمليات الحسابية يوضح الجدول التالي العمليات الخاصة بجدولة الأنشطة *

T=1
EAS: 01 03 06 34 37
ES: 1 1 1
LS: 6 1 7
OSS: 03 01 06
Schedule 03 to (1-2), remove 03
from EAS and add 34 and 37 to EAS

T=2
EAS: 01 06 34 37
ES: 2 2 3 3
LS: 6 7 4 3
OSS: 01 06
No activities can be scheduled
on T=2

T=3
EAS: 01 06 34 37 45 12
ES: 3 3 3 3
LS: 6 7 4 3
OSS: 37 34 01 06
Schedule 37 to (3-10), remove 37
from EAS
Schedule 34 to (3-7), remove 34
from EAS and add 45 to EAS
Schedule 01 to (3-4), remove 01
from EAS and add 12 to EAS

T=4
EAS: 06 45 12
ES: 4 8 5
LS: 7 9 8
OSS: 06
No activities can be scheduled
on T=4

T=5
EAS: 06 45 12 67
ES: 5 8 5
LS: 7 9 8
OSS: 06 12
Schedule 06 to (5), remove 06
from EAS and add 67 to EAS

T=6
EAS: 45 12 67
ES: 8 6 8
LS: 9 8 8
OSS: 67* 12
No activities can be scheduled
on T=6

* 67 precedes 12 in OSS because
 $D_{67} < D_{12}$

T=7
EAS: 45 12 67
ES: 8 7 7
LS: 9 8 8
OSS: 67 12
No activities can be scheduled on T=7

T=8
EAS: 45 12 67 25
ES: 8 8 8
LS: 9 8 8
OSS: 67 12 45
Schedule 12 to (8-11), remove 12
from EAS and add 25 to EAS
Schedule 45 to (8-11), remove 45
from EAS
(Note: Resource A is constraining
an activity with zero slack
and is thus causing schedule
to slip.)

T=9
EAS: 67 25
ES: 9 12
LS: 8 12
OSS: 67
No activities can be scheduled
on T=9

T=10
EAS: 67 25
ES: 10 12
LS: 8 12
OSS: 67
No activities can be scheduled
on T=10

T=11
EAS: 67 25 78
ES: 11 12
LS: 8 12
OSS: 67
Schedule 67 to (11-13), remove 67
from EAS and add 78 to EAS

T=12
EAS: 25 78
ES: 12 14
LS: 12 11
OSS: 25
No activities can be scheduled
on T=12

T=13
EAS: 25 78
ES: 12 14
LS: 12 11
OSS: 25
No activities can be scheduled
on T=13

T=14
EAS: 25 78 58
FS: 14 14
LS: 12 11
OSS: 78 25
Schedule 78 on (14-18), remove 78
from EAS
Schedule 25 on (14), remove 25
from EAS and add 58 to EAS

T=15
EAS: 58
ES: 18
LS: 18
OSS: 58
Schedule 58 on (15-17), remove 58
from EAS

T=16
EAS: Empty—STOP Scheduling
Procedure

جدول (١/٢)

T = 1 :

نبدأ الحساب في الجدول حيث $T=1$ وتحتوى مجموعة الأنشطة المسح بجدولتها EAS على الأنشطة 06, 03, 01. كما أن هذه الأنشطة الثلاثة السابقة أعضاء في مجموعة ترتيب الأوامر OSS حيث أن $ES \leq LS$ لكل منهم وترتيب هذه الأنشطة في المجموعة OSS حسب الوقت المتأخر للبداءة LS. نضع النشاط 03 ثم 01 وأخيراً 06. ولما كان الحد الأقصى المتاح من المورد A هو (8) وحدات والمورد B هو (6) وحدات فإنه يمكن جدولة النشاط 03 فقط في اليوم الأول $T=1$ ولذا تم وضع X أمام هذا النشاط وتحت اليوم الأول في شكل ٢/٢. وهذا يتم تعديل الكمية غير المخصصة من المادة الخام A لتصبح وحدتين فقط. ويستمر الوضع كذلك في اليوم الثاني ويتم حذف النشاط 03 وإضافة الأنشطة 34, 37 من وإلى المجموعة EAS.

وننتقل الى $T=2$:

نقوم بتحديث قيم ES بالنسبة للأنشطة داخل BAS لتصبح
(2) على الأقل حيث $T=2$ ويكون ذلك بالنسبة للنشاطين
06, 01 على أن تظل $ES=3$ بالنسبة للأنشطة 37 , 34
وذلك بعد الانتهاء من النشاط 03 .

ونستمر هكذا كما هو موضح بشكل ٢/٢ وجدول ١/٢ حتى يتم
جدولة جميع أنشطة المشروع حيث نجد أن المشروع يحتاج الى ثلاثة
أيام أخرى بعد السبيل السابق تحديده وهو ١٥ يوم في حالة افتراض
عدم وجود أي قيود على الموارد المتاحة .

وتمثل خطوات الحل السابقة أداء يمكن الاعتماد عليها في حل
الكثير من المشاكل المماثلة . كما أننا نغير هنا الى أن المثال السابق
وإن احتوى على مشروع واحد فقط فليس هناك ما يمنع من تطبيق هذه
القواعد في حالة الرغبة في جدولة أنشطة عدة مشروعات يتم تنفيذها
في نفس الوقت معاً ، إذ يكفي في هذه الحالة تحديد البدايات
والنهاية المتقدمة أو المتأخرة الخاصة بكل مشروع حتى يمكن ترتيبها
بالنسبة التي يمكن جدولتها أي كان المشروع الخاص بهذا النشاط .

كما أنه يمكن أيضاً تناول عدد كبير من الموارد اللازمة لتنفيذ هذه
الأنشطة وبصفة خاصة بعد التقدم البائل واللمس الخاص بالحاسبات
الأكبر .

٥ - قواعد الحل الخاصة بموازاة وتقريب المستوى المطلوب من الموارد بغرض أن هذه الموارد متاحة بكميات محدودة

Unlimited Resource Leveling:

لا شك أن تغيير المتاح من الموارد بالزيادة أو النقص وفقاً للتغيير في مستوى النشاط يؤدي إلى تحمل المشروع تكاليف كبيرة سواء تلك الخاصة بتدبير هذه الموارد أو تلك الخاصة بالاستغناء عنها . فلامنع أن الاستمرار مثلاً في تعيين أفراد جدد ثم الاستغناء عنهم يحصل المشروع الكثير من التكاليف ولذا فإن السؤال المطروح في هذا الجزء يتمثل أساساً في كيفية تحديد الجدولة الزمنية - Scheduling التي تقلل من تكلفة الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع بغرض ألا تزيد مدة التنفيذ عن المدة التي سبق تحديدها بدون أخذ الموارد في الحسبان أي بغرض أنها متاحة بكميات غير محدودة وهي ١٥ يوماً في المثال السابق ص ٦٥ . يقتضى تخفيض تكلفة الموارد هذه وصفاً خاصة إذا كانت العمالة هي العنصر الأساسي إلى ضرورة تخفيض تكاليف التعميين والاستغناء أي يقتضى الأمر ضرورة تمهيد وتقريب المستوى المطلوب من العمالة Leveling حتى يمكن تقليل أجمالي التكاليف .

وقد بين برنيس Burgess إمكانية تحقيق هذا التمهيد في المستوى المطلوب من الموارد عن طريق العمل على تقليل مجموع مربعات الموارد المطلوبة في كل يوم ، إذ أنه وإن تساوى مجموع المطلوب من الموارد خلال مدة المشروع فإن مجموع مربعات المطلوب من الموارد يقل بدرجة كبيرة كلما قلنا على تقريب الكميات المطلوبة وموازاتها من يوم إلى

اليوم الآخر خلال مدة المشروع • وقد عبر بيرجس عن طريقته هذه
في ثمان خطوات نورد ها فيها يلي :

١/٥ : خطوات بيرجس للموازاة والتمهيد :

Burgess Leveling Procedure :

١ - يتم ترتيب أنشطة المشروع تصاعديا وفقا لحدث النهاية ونفسى
حالة تساوى حدث النهاية يتم الترتيب تصاعديا وفقا لحدث
البداية وذلك مع ضرورة مراعاة العلاقات التتابعية بين
الأنشطة بطبيعة الحال • ثم يتم أيضا وضع الوقت الخاص بأداء
كل نشاط وكذا وقت البداية المبكرة ES والبداية المتأخرة
LS والفاصل الكلى S الخاص بكل نشاط وذلك كما نفسى
الأعدة المبعة الاولى من شكل (٣/٢)

وبلى ذلك جدولة الأنشطة وفقا للبدایات المبكرة • ثم يتم
تحديد الاحتياجات اليومية من الموارد المختلفة وفقا لهذه
الجدولة كما هو واضح في شكل (٣/٢) •

| Activity | Resources | | | | | | | | | | | | Time | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------|-----------|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| D-1 | 2 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| D-2 | — | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| D-3 | 8 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| D-4 | — | 2 | 5 | 3 | 1 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| D-5 | 4 | — | 1 | 7 | 5 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| D-6 | 2 | — | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| D-7 | 4 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| D-8 | — | 8 | 12 | 1 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| D-9 | 2 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Level of resource A assigned | | | | | | | | | | | | | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | |
| Level of resource B assigned | | | | | | | | | | | | | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | |

شكل (٣/٢)

٢ - نبدأ بجدولة النشاط الاخير وذلك بتحويل النشاط بالقدر الذى يسمح بتقليل مجموع مربعات الموارد المطلوبة ، وان كان هناك أكثر من طريقة لترتيب النشاط وتوعدى الى نفس القدر من مجموع مربعات الاحتياجات من الموارد فانه يستم اختيار الترتيب الأكثر تأخيرا للنشاط قدر الامكان حتى يتاح أكبر فائز يمكن للانشطة العابقة على هذا النشاط .

٣ - نكرر الخطوة السابقة (خطوة ٢) بالنسبة للنشاط السابق على النشاط الأخير .

٤ - نكرر الخطوة (٣) حتى نصل الى جدولة أول نشاط في المشروع حيث يتم بذلك اتمام اول دوره لاعادة جدولة الأنشطة بالشكل الذى يمهّد استخدام الموارد المتاحة .

٥ - نكرر عدة دورات اخرى لاعادة الجدولة وذلك بتكرار الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ عدة مرات حتى يتبين لنا عدم امكانية تقليل مجموع مربعات الاحتياجات من الموارد ، مع ملاحظة أن الحركة المسموح بها لاى نشاط هي في اتجاه اليمين فقط .

وهنا يمكن تعديل خطوات بيرجس بالسماح بتحويل النشاط الى اليمين أو الى اليسار بالشكل الذى يحقق التقارب في مستوى الموارد المطلوبة .

٦ - يمكن تكرار الخطوات السابقة من (١) الى (٥) بحمد إعادة ترتيب الأنشطة بطريقة أخرى بشرط مراعاة العلاقات

الاعتدالية بطبيعة الحال ، ونكرر ذلك عدة مرات حسبما تسمح
به الظروف والامكانيات الخاصة .

- ٧ - يتم اختيار أحسن جدولة في ضوء الخطوات السابقة شكل (٤/٢)
- ٨ - ندخل التعدادات التي نراها ملائمة على الجدولة المختارة ونقاس
للخطوة السابقة (خطوة "٧") وذلك لاختذ العوامس
المختلفة التي قد بصمت قياسها كما الا انها تؤثر بشكل كبير
على كفاءة العمل في المشروع .

| Activity | Resources | | D | SB | S | LB | Time | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-----------|---|---|----|---|----|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | A | B | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 0-1 | 2 | — | 2 | 1 | 3 | 0 | | X | SA | | | | | | | | | | | | |
| 1-2 | — | 2 | 4 | 2 | 5 | 8 | | | | | | | | | SB | SB | SB | SB | | | |
| 0-3 | 5 | — | 2 | 1 | 9 | 1 | SA | SA | | | | | | | | | | | | | |
| 0-4 | — | 2 | 5 | 5 | 1 | 4 | | | | SB | SB | SB | SB | SB | | | | | | | |
| 2-5 | 4 | — | 1 | 7 | 5 | 12 | | | | | | | | | | | | SA | | | |
| 4-5 | 2 | — | 4 | 6 | 1 | 0 | | | | | | | | | SA | SA | SA | SA | | | |
| 0-5 | 3 | — | 1 | 1 | 8 | 7 | | | | SA | | | | | | | | | | | |
| 3-7 | 4 | 4 | 8 | 3 | 0 | 3 | | | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | | | | |
| 0-7 | 5 | — | 3 | 2 | 8 | 8 | | | | SA | SA | SA | | | | | | | | | |
| 0-8 | — | 5 | 3 | 12 | 1 | 12 | | | | | | | | | | | | SA | SA | SA | SA |
| 7-8 | 2 | — | 5 | 11 | 0 | 11 | | | | | | | | | | | | SA | SA | SA | SA |
| Level of Resources A assigned | 5 | | | | | | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA |
| | 6 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 4 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 2 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| Level of resource B assigned | 8 | | | | | | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA | SA |
| | 6 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 4 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 2 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |
| | 0 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X |

٢/٥ خطوات الموازاة والتضديد لويست :

Wiest Leveling Procedure :

- ١ - يتم جدولة الأنشطة وفقاً لبيدات المبكرة ثم يتم وفقاً لهذا الجدولة تحديد الاحتياجات اليومية من الموارد المختلفة .
- ٢ - يتم تحديد هدف متحرك (Trigger Level) يمثل الحد الأقصى المسموح باستخدامه من الموارد والذي يرغب في عدم تخطيه . ويتم تحديد هذا الهدف عن طريق تحديد أقصى احتياج في ضوء جدولة الأنشطة وفقاً لبيدات المبكرة ثم نقسّل هذا الحد الأقصى بنقطة واحدة في كل مرة .
- ٣ - نقوم بإعادة جدولة الأنشطة وفقاً للعلاقات التتابعية الخارجهما على أن نتوقف في كل مرة يتبين لنا أن الاحتياجات من الموارد في يوم معين سوف تفوق الهدف المتحرك (S) السابق ———— تحديده .
- ٤ - نبحث فيما إذا كان هناك فائض بالنسبة للأنشطة التي تنفذ في هذا اليوم الذي يحتاج إلى موارد تفوق القيمة (S) حتى يتم تحويل بعض هذه الأنشطة ذات الفائض إلى ما بعد هذا اليوم وبالتالي تقليل المطلوب من الموارد في هذا اليوم بما لا يفوق المستوى (S) ودون تأخير تنفيذ المشروع ككل . ويتم ذلك عن طريق ترتيب الأنشطة بشكل تنازلي وفقاً لمقدار الفائض المتاح لكل نشاط ثم يتم اختيار النشاط الذي يتم

تحريكه بطريقة عشوائية وعلى أن يكون الاحتمال الخاص بتحريكه النشاط الأول أكبر من الثاني وهكذا إذ يتم اختيار النشاط الأول باحتمال $P > 0$ فإذا لم يتم الاختيار يوضع هذا النشاط في أسفل الأنشطة التي يتم الاختيار من بينها ثم يستمر اختيار النشاط الثاني بنفس الاحتمال $P > 0$ ويكـون بذلك الاحتمال الخاص باختيار أى نشاط في هذه المحاولات المتكررة دالة في الاحتمال P وعدد الأنشطة n والتالى يكون الاحتمال الخاص باختيار النشاط رقم i فى

$$\text{الترتيب هو } \frac{P(1-P)^{i-1}}{1-(1-P)^n}$$

| Activity | 1 st Cycle | 2 nd Cycle... | (*) |
|----------|-----------------------|--------------------------|-----|
| 1 | P | $(1-P)^n P$ | |
| 2 | $(1-P)P$ | $(1-P)^{n+1} P$ | |
| 3 | $(1-P)^2 P$ | $(1-P)^{n+2} P$ | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| n | $(1-P)^{n-1} P$ | $(1-P)^{2n-1} P$ | |

- ٥ - نستمر بعد ذلك في جدولة باقى الانشطة فاذا ظهر أن الموارد المطلوبة في أحد الأيام تفوق القبة (S) يتم تطبيق الخطسوة السابقة والخاصة بتحريك بعض الأنشطة فيما بعد هذا اليوم وبالشكل الذى يقلل من الموارد المطلوبة الى ما دون الحد (S)
- ٦ - نكرر خطوات الحل السابقة عدة مرات اذ سوف تختلف النتائج في

$$\begin{aligned} \text{Prob. of 1st activity} &= P(1-P)^0 + P(1-P)^1 + \\ &P(1-P)^2 + \dots \\ &= \frac{P(1-P)^0}{1-(1-P)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob. of 2nd activity} &= P(1-P) + P(1-P)^{n+1} + \\ &\dots = \frac{P(1-P)}{1-(1-P)^n} \end{aligned}$$

$$\text{Prob. of 1th activity} = \frac{P(1-P)^{1-1}}{1-(1-P)^n}$$

كل مرة عن المرة السابقة وذلك باختلاف الأنشطة التي يقيم عليها الاختبار إذ لا يتم اختيار نشاط معين بطريقة تحكمية وإنما يتم الاختيار بطريقة عشوائية وفقاً لاحتمال الموضوع • ويتم مقارنة النتائج التي تحصل عليها في كل مرة وذلك لتحديد أحسن طريقة لجدولة هذه الأنشطة •

وفيما يلي بيان الجدولة الزمنية للأنشطة الخاصة بالمثل السابق وذلك باتباع طريقة ويست Wiest في الحبل
شكل (٥ / ٢) •

| Activity | Resource Req. | | ES | | S | | LS | | Time | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---------------|---|----|---|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | A | B | D | E | S | L | S | L | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 0-1 | 3 | - | 2 | 1 | 5 | 8 | 3A | 3A | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1-2 | - | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 6A | 6A | 2A | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B |
| 0-3 | 8 | - | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3-4 | - | 2 | 5 | 2 | 1 | 4 | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B | 2B |
| 2-5 | 4 | - | 1 | 7 | 5 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4-5 | 3 | - | 1 | 9 | 1 | 8 | 3A | 3A | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0-5 | 3 | - | 1 | 1 | 8 | 7 | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A |
| 3-7 | 4 | 4 | 6 | 3 | 0 | 3 | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A | 4A |
| 0-7 | 5 | - | 3 | 2 | 0 | 6 | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B | 4B |
| 5-8 | 3 | - | 3 | 5 | 12 | 1 | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A | 5A |
| 7-8 | 2 | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Level of resource A assigned (trigger level = 9) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Level of resource B assigned (trigger level = 6) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

نکته (۵/۶)

٦ - التخطيط طويل الأجل للموارد المتاحة :

Long Range Resource Planning:

نحاول في هذا الجزء القاء الضوء على أهم الدراسات التي تمت والخاصة ببيان كيفية قيام الإدارة بتحديد التوليفة المثلى للموارد اللازمة لتنفيذ المشروع في عدة مواعيد بديلة مختلفة وذلك بالشكل الذي يقلل تكلفة هذه الموارد وكذا التكاليف الثابتة والتكلفة الناتجة عن تنفيذ المشروع في مدة أطول من الميعاد المحدد لما قد يصاحب ذلك من غرامات التأخير.

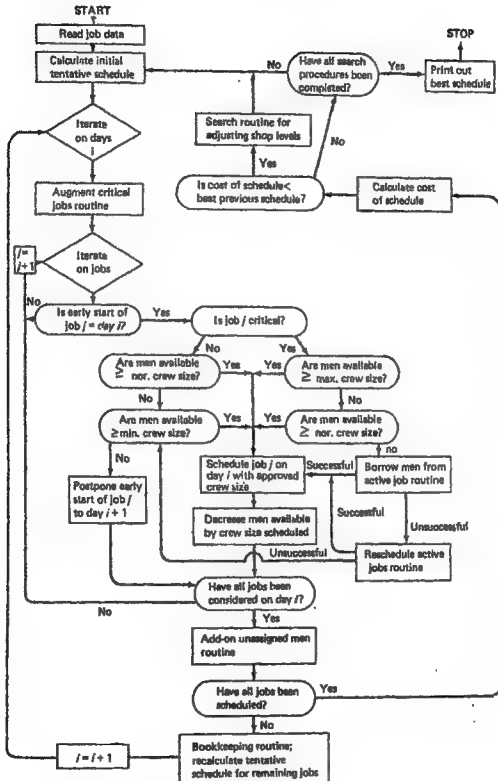
وسوف نبين فيما يلي مجموعة القواعد التي وضعها ويست لعمل هذه المشكلة .

١/٦ نموذج ويست -1 SPAR:

:Wiest's SPAR-1 Model

لقد وضع ويست مجموعة من القواعد المنطقية والتي تتميز بالشمول والقدرة على حل المشكلة الخاصة بتحقيق التوليفة الملائمة من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع في مواعيد مختلفة وقد أطلق على مجموعة القواعد هذه "برنامج الجدولة الزمنية لتخصيص الموارد"
Scheduling Program For Allocating Resources

(١ - SPAR) ويوضح الشكل التالي خريطة التدفقات
Flow Chart الخاصة بهذا البرنامج .



وشبابه خريطة التدفقات هذه يمتلك الخاصة بتخصيص المسوارد المحدودة والسابق شرحها ص ٩٠. اذ تفترض كلا الطريقتين امكانية التعبير عن المشروع في شكل شبكة أعمال وأن هناك ميعاد محدد لبداية المشروع وكذا ميعاد لانتهائها منه ، وأنه يتم جدولة الانشطة وفقاً للقائى المتاح ، لكل نشاط اذ تعطى الأولوية للأنشطة ذات الفائض الأقل ، وأن عملية الجدولة تتم بالتتابع لكل وحدة زمن ابتداءً من نقطة البداية. فيبدأ نموذج SPAR-1 بحساب الاوقات المبكرة ES وكذا حساب الفائض S لكل نشاط من أنشطة المشروع ، ثم يبدأ في جدولة الأنشطة بالتتابع لكل وحدة زمن ابتداءً من نقطة البداية حيث $d = 1$ وذلك بأن نختار الأنشطة المتاحة للجدولة والتي تكون أوقاتها المبكرة ES مساوية لـ d ($ES = d$) ، على أن يتم ترتيب هذه الأنشطة وفقاً لمقدار الفائض المتاح لهذه الأنشطة اذ توضع أولاً الأنشطة الحرجة ثم يليها الأنشطة التي عليها فائض زمني قدره وحدة واحدة وهكذا حتى نهاية الترتيب. ويتم اختيار الأنشطة التي يتم جدولتها بطريقة عشوائية ، فيكون الاحتمال الخاص باختيار النشاط الاول نفس الترتيب هو $P > 0$ ، وبالتالي يكون الاحتمال الخاص بعدم اختيار النشاط هو $(1 - P)$ ، وفي حالة عدم اختيار النشاط الأول يوضع هذا النشاط في نهاية الترتيب ونبدأ في اختيار النشاط الثاني بنفس الاحتمال $P > 0$ ، فإذا لم يتم ترتيبه يوضع في نهاية الترتيب ونستمر هكذا حتى يتم اختيار أحد الأنشطة ثم نكرر ذلك لاختيار نشاط آخر طالما أن الموارد المتاحة تسمح بذلك. وفي حالة عدم امكانية جدولة أحد الأنشطة في فترة ما نؤجل جدولة هذا النشاط الى الفترة التالية،

الأمر الذى يؤدي إلى أن تتحول الأنشطة التى يتم تأجيلها عدة مرات لتصبح أنشطة حرجية والتالى تأخذ مكانها فى بداية الترتيب الأمر الذى يعطيها الأولوية عند اجراء عملية الجدولة .

ورغم تشابه نموذج SPAR-1 فى خطوطه الرئيسية مع النموذج الخاص بتخصيص الموارد المحدود ، والمسبق وشرحه الا أن نموذج SPAR - 1 يتضمن مجموعة من الاضافات أو الأنظمة الفرعية Subroutines التى تجعل منه برنامجا أكثر شمولاً وأكثر ملائمة لحل الكثير من المشاكل العملية ، اذ تؤدي هذه الأنظمة الفرعية إلى استخدام أفضل للموارد المتاحة من ناحية وإلى تقليل الوقت اللازم لتنفيذ المشروع من ناحية أخرى . وقبل شرح هذه الأنظمة الفرعية نود أن نوضح أن طبيعة الموارد تختلف من مشروع لآخر كما أن وحدة الزمن التى تتخذ كأساس للجدولة تختلف من مشروع لآخر ، الا أننا سوف ننظر إلى الموارد على أنها مجموعة من الأفراد من مهارات مختلفة والتالى نعتبر عن الكمية المتاحة من مورد معين بحجم فريق العمل Crew Size وسوف نقيس وحدات الزمن بالايام وسوف نستخدم هذه المصطلحات فى شرح الأنظمة الفرعية التى وضعها ويست فيما يلى :

١ / ١ / ٦ : النظام الفرعي الخاص بحجم فريق العمل Crew Size

(المتاح من الموارد) :

اذ يتم تحديد ثلاث مستويات لفريق العمل الممكن تخصيصه لكل نشاط وتمثل هذه المستويات فى المستوى المعتدل والحد الأقصى والأدنى من الأفراد الممكن تخصيصه للنشاط . وطبيعة الحال قد يتماوى

الحد الأقصى والأدنى في بعض الحالات أى يكون هناك رقم واحد ثابت للموارد الممكن تخصيصها للنشاط ، اذ تحتم طبيعة النشاط تنفيذه بشكل محدد وثابت دون امكانية الاسراع أو الابطاء في تنفيذه .

وتتمثل القاعدة الأساسية لتحديد المستوى الملائم لحجم فرسق العمل في اختيار الحد الأقصى بالنسبة للأنشطة الحرجة وذلك بغير شرط أن تسمح الموارد المتاحة بذلك ، أما اذا لم تسمح الموارد المتاحة بذلك فهتم تخصيص المستوى المعتدل من الأفراد لأداء النشاط ونفس حالة عدم امكانية تحقيق ذلك فتلجأ الى محاولة استعارة بعض الأفراد من أنشطة أخرى وذلك وفقاً لنظام فرقى يسمى نظام الاستعارة وآخر يسمى نظام إعادة الجدولة *borrow and reschedule* واللذان سيلي شرحهما فيما بعد ، فاذا فشلت كل الجهود لجدولة النشاط حتى عند المستوى الأدنى من الموارد فهتم في هذه الحالة تأخير العمل المبكر لبدء النشاط الى اليوم التالي . أما بالنسبة للأنشطة غير الحرجة فهتم تخصيص المستوى المعتدل من الأفراد لأداء النشاط اذا ما سمحت الكمية المتاحة من الموارد بذلك ، واذا لم يمكن هذا فهتم تخصيص الحد الأدنى من الموارد ، أما اذا فشلت هذه المحاولة ايضا فهتم تأجيل البداية المبكرة الى اليوم التالي وذلك دون اللجوء الى نظام الاستعارة وإعادة الجدولة بالنسبة لهذه الأنشطة غير الحرجة .

٢/١/٦ : النظام الفرقي الخاص بالاسراع في تنفيذ الأنشطة الحرجة

³ Augment Critical Jobs

في بداية كل يوم *d* يتم النظر الى الأنشطة الحرجة والتي بدأت

قبل اليوم d والتي ستظل تحت التنفيذ الى ما بعد d وذلك نفسى محاولة للاسراع فى تنفيذ هذه الانشطة الحرجة وتلك التى أصبحت حرجة وذلك عن طريق محاولة توجيه أى فائض فى الموارد المتاحة الى تلك الأنشطة والتي لم يخص لها الحد الأقصى لفرق العمل . وتتم هذه المحاولات قبل البدء فى جدولة أى نشاط آخر جديد .

٣/١/٦ : النظام القربى للاستعارة من أنشطة فعالة جارى

تنفيذها : Borrow From Active Jobs

نلجأ الى هذا النظام فى حالة عدم توافر الموارد اللازمة لجدولة أحد الأنشطة الحرجة J . إذ يتم بمقتضى هذا النظام البحث فيما بين الأنشطة الفعالة والجارى تنفيذها لمعرفة ما اذا كان من الممكن استعارة عدد كاف من الأفراد يكفى لجدولة النشاط J فى هذا اليوم d . ويصح بالاستعارة فقط اذا لم يترتب عليها أى تأخير نفسى تنفيذ المشروع ككل فاذا تبين أن هذه الاستعارة من شأنها تأخير المشروع فانه يتم تأجيل تنفيذ النشاط J الى اليوم التالى $d+1$.

٤/١/٦ : النظام القربى الخاص باعادة جدولة أنشطة فعالة جارى

تنفيذها : Reschedule Active Jobs

تقد يمكن جدولة النشاط الحرج J فى اليوم d اذا ماتم ترحيل أنشطة أخرى تستخدم نفس المورد اللازم للنشاط J لتنفيذ نفس اليوم لاحق لليوم d . ويقوم هذا النظام بالبحث فيما بين الانشطة الجارى تنفيذها لاختيار النشاط الممكن تأجيل تنفيذه الى اليوم $d+1$ بشرط

ألا يؤدي ذلك الى تأخير تنفيذ المشروع ككل .

٥/١/٦ : النظام الفرعي الخاص بتوزيع العتبق من الموارد غير

المستخدمة :
Add on Unused Resources

قد يتبقى بعض الموارد غير المستخدمة وذلك بعد تطبيق الأنظمة السابقة والتي تنتهى بجدولة أقصى عدد ممكن من الأنشطة في اليوم d . وفي هذه الحالة يتولى هذا النظام الفرعي بترتيب الأنشطة الفعالة الجارى تنفيذها والتي يمكن توجيه هذه الموارد الفائضة اليها ويتم ترتيب هذه الأنشطة وفقا لحجم الفائض الكلى المتاح على كل منها اذ يوضع فى بداية الترتيب النشاط ذات الفائض الأقل ، ثم يقوم النظام بتخصيص هذه الموارد الفائضة الى هذه الوظائف وفقا للترتيب السابق حتى تنتهى هذه الموارد الفائضة أو حتى لا توجد أنشطة يمكن تخصيص هذه الموارد اليها . ويتحقق هذه الاضافة في اليوم d فقط اذ يعود حجم فريق العمل المخصص للنشاط الى المستوى الاصلى السابق تخصيصه في اليوم $d + 1$ الا اذا كان هناك أيضا موارد فائضة غير مستغلة نسي هذا اليوم أيضا .

بعد تطبيق الأنظمة السابقة لجدولة الأنشطة يوما بعد يوم يقوم النموذج بتسجيل نتائج تخصيص الموارد على الأنشطة في شكل جداول تبين الأفراد الذين تم تخصيصهم لكل نشاط ويستمر النموذج على ذلك الى أن يتم جدولة كل الأنشطة .

٧- تأريخ :

١ - حل المثال التوضيحي السابق شكل (١ / ٢) ، (٢ / ٢) إذا

ما تم تعديل احتياجات الأنشطة من الموارد المختلفة لتصبح

كما يلي :

| النشاط | المورد A | المورد B | المورد C |
|--------------------|----------|----------|----------|
| 0 - 1 | - | 3 | 1 |
| 1 - 2 | - | 2 | 1 |
| 0 - 3 | 3 | - | 1 |
| 3 - 4 | - | 2 | 1 |
| 2 - 5 | 4 | - | 1 |
| 4 - 5 | 2 | - | 1 |
| 0 - 6 | 2 | - | 1 |
| 3 - 7 | 4 | 4 | 1 |
| 6 - 7 | 5 | - | 1 |
| 5 - 8 | - | 5 | 1 |
| 7 - 8 | 2 | - | 1 |
| الحد الأقصى المتاح | 6 | 6 | 2 |

بين أن الوقت المطلوب لتنفيذ المشروع وفقا للموارد المتاحة

هو 21 يوما .

٢ - استخدم مخطوات برنامج للتحقق من صحة البيانات

الواردة في جدول (٤ / ٢) .

٣ - استخدم م طريقة ويست في التحقق من صحة

البيانات الواردة في جدول (٥ / ٢) .

الفصل الثالث

الأساليب المستخدمة في الموازنة بين الوقت والتكلفة

Time-Cost Trade-off Procedures

٢ - مقدمة :

يترتب على تطبيق أسلوب المسار الحرج الخاص بتخطيط وجدولة أنشطة المشروعات الوصول الى تحديد الأوقات المبكرة والمتأخسة لتحقيق كل حدث وبالتالي تحديد الهدايات المبكرة والتأخيرة الخاصة بكل نشاط من أنشطة المشروع . ويمثل الوقت المبكر للانتهاء - مسن المشروع بالوقت المتوقع لانتم المشروع والبنى على الأوقات المعتدلة الخاصة بأداء الأنشطة المختلفة .

وسوف نحاول في هذا الفصل الاجابة على سؤال أساسى خاص بمدى ملائمة هذا الوقت المعتدل الخاص بالانتهاء المبكر من تنفيذ المشروع لاحتياجات الادارة ؟ ان قد يكون من المرغوب فيه تنفيذ المشروع فى وقت أقل من هذا الوقت المعتدل لأداء المشروع . فقد يحدث تعديل فى الوقت اللازم للانتهاء من المشروع بعد مرور فترة من تاريخ بدأ المشروع كنتيجة لحدوث تعديلات فى الخطط الموضوعية أو لتموض بعض التأخيرات التى لم تكن متوقعة والتى حدثت فعلا فى الفترات الأولى من تنفيذ المشروع ، الأمر الذى يتطلب ضرورة دراسة القيمة الفعلية التى سوف تجنيها الادارة من وراء الاسراع فى تنفيذ المشروع والالتزام بالمواعيد المحددة ومقارنتها بالزيادة فى التكاليف التى ستترتب على تحقيق هذا الاسراع فى تنفيذ الأنشطة المتبقية

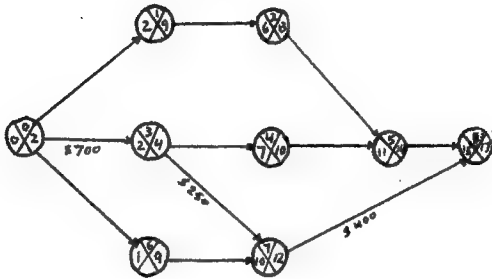
• لتنفيذ المشروع •

ولاشك من أهمية الالتزام بـمـنـصـر الـوقـت في كثير من الحالات وذلك كما هو الحال بالنسبة لاجراء عمـرات كاملة لبعض الآلات الغـضـة أو اجراء صيانة كاملة في أحد العنابر ، أو بناء سفينة ضخمة سوف تستخدم فـسـى أغراض مستقبلية مختلفة وغيرها من المشروعات الهامة التي قد نجسد فيها أن الاسراع في التنفيذ يبرر الزيادة المتوقعة في التكلفة •

وسوف نستعرض في هذا الفصل بعض الوسائل التي يمكن تطبيقها لاجاد أقل التكاليف اللازمة لتوفير زمن التنفيذ وذلك بغرض إمكانية تحقيق هذا الاسراع في تنفيذ بعض الأنشطة أو كلها إذا ما توافر لهذه الأنشطة كمية أكبر من الموارد المتاحة والتي قد تمثل هذه الأخيرة في مزيد من الأيدي العاملة أو مزيد من المعدات والمواد الخام •

وتتمثل الفكرة الأساسية التي تقوم عليها هذه الأساليب في القيام بالبحث فيما بين الأنشطة الحرجة عن النشاط أو الأنشطة التي يسـود في الاسراع في وقت تنفيذها إلى أقل زيادة في التكاليف •

فإذا كان معدل الزيادة في التكاليف مقابل وحدة الزمن بالنسبة للأنشطة الحرجة 3=7, 7=8, 3=0 في شبكة الأعمال التي تـكـسـر استخداما في هذا الكتاب هي على التوالي 400, 250, 700 وذلك كما في شكل ١/٣، فإنه من السهل ملاحظة إمكانية الاسراع في تنفيذ المشروع وتقليل الوقت اللازم لانجـاه ليـصـح ١٤ وحدة زمن فقط وذلك عن طريق ضغط الوقت الخاص بالنشاط 7-3 بمقدار وحدة زمن واحدة



شكل (١ / ٣)

اذ أن الزيادة في التكاليف في هذه الحالة سوف تكون أقل ما يمكن .
وعند هذه النقطة الجديدة لتنفيذ المشروع يكون هناك أكثر من مسار
حرج واحد ، وبالتالي يقتضى تخفيض وقت المشروع بدرجة أكبر مسن
ذلك ضرورة العمل على الاسراع في تنفيذ نشاط مشترك يقع على المسارين
الحرجين أو ضرورة تخفيض نشاط ما على كل مسار على حدة .

أى نقوم في المثال السابق بتخفيض النشاط 3-10 الأمر الذى
يؤدى الى تقليل كل من المسارين مرة واحدة ، أو أن نقوم بتخفيض
الوقت اللازم لتنفيذ أحد الأنشطة 8 - 7, 7 - 3 على المسار الأول
مع تحقيق تخفيض مقابل على أحد أنشطة المسار الثانى وهى

8- 7, 3 ويتوقف ذلك بطبيعة الحال على الزيادة المحتملة في التكاليف في كل من الحالتين .

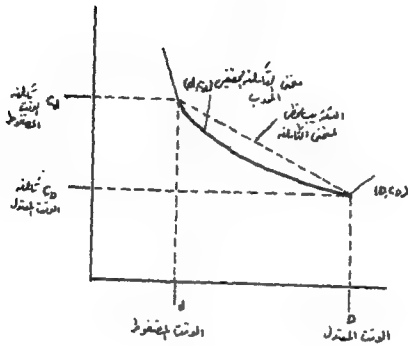
وسوف نبين فيما يلي الأساليب المستخدمة في تحقيق هذه المقارنات بين الزيادات المختلفة في التكاليف وبشكل تلقائي يمكن من اختيار أفضل الوسائل للاسراع في تنفيذ المشروع وذلك بغرض توافر الموارد اللازمة لتحقيق هذا الاسراع بطبيعة الحال .

وكما سبق أن بينا تقوم الفكرة الأساسية لهذه الأساليب في القيام بالبحث فيما بين الأنشطة الحرجة عن النشاط أو الأنشطة التي يؤدي الاسراع في وقت تنفيذها الى أقل زيادة في التكاليف . وسوف نقوم في الفقرة التالية بالقاء مزيد من الضوء على فكرة شراء الوقت المطلوب من أوقات الأنشطة الحرجة .

٢ - طريقة المسار الحرج للموازنة بين الوقت والتكلفة :

The Critical Path Method (CPM) of Time- Cost Trade - offs :

ولتوضيح هذه الطريقة سوف نقسم مجموعة من التعاريف والتي نوضحها بالرسم التالي :



شكل (٢/٣)

١/٢ تكاليف النشاط المباشرة :

Activity Direct Cost :

وتشمل تكلفة المواد الخام والأدوات وكذا تكلفة العمالة المباشرة اللازمة لأداء النشاط وعادة ما تقدر هذه التكلفة بالسعر الذي تدفعه المنظمة لأحد مقاولي الباطن إذا ما عهد إليه بتنفيذ النشاط .

٢/٢ : التكلفة الغير مباشرة الخاصة بالمشروع ككل :

Project Indirect Costs:

وتتضمن هذه تكاليف الاعراف والمصاريف الادارية وغيرها من الأسرار

المقترضة وفراغات التأخير في حالة عدم تنفيذ المشروع في الميعاد المحدد وعلى أن يطرح منها العائد المحقق نتيجة الإسراع في تنفيذ المشروع قبل الميعاد المتفق عليه .

٣/٢ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النشاط بشكل معتدل :

Normal Activity Time - Cost Point :

يمثل الوقت المعتدل لأداء النشاط في الوقت المستخدم نسي حساب المسار الحرج الرئيس وقبل اجراء أى ضغط في الأوقات الخاصة بأداء أنشطة المشروع وتكون التكلفة المباشرة المقابلة لأداء هذا الوقت المعتدل هي أقل تكلفة مباشرة ممكنة ويطلق عليها بالتكلفة المباشرة المعتدلة . وكثيرا ما تقدر هذه التكلفة بالسعر الذي يحصل عليه أحد مقاولي الباطن اذا ما عهد اليه بتنفيذ النشاط . وسوف نرمز للوقت والتكلفة المعتدلة بالرمز (D, C_D) شكل ٢/٣ .

٤/٢ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النشاط بشكل مضغوط :

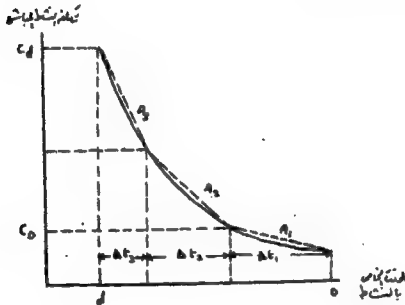
Crash Activity Time - Cost Point :

يمثل الوقت المضغوط لأداء النشاط في أقل وقت يمكن فيه تنفيذ النشاط وتكون التكلفة المقابلة في هذه الحالة هي أقل تكلفة مباشرة تلزم لأداء النشاط في هذا الوقت المضغوط . وسوف نرمز للوقت والتكلفة المضغوطة بالرمز (D, C_d) شكل ٢/٣ .

وسوف نفترض إمكانية تنفيذ النشاط في أى وقت يقع ما بين الوقت

المعتدل والوقت المضغوط • كما أننا نفترض إمكانية التعبير عن العلاقة بين الوقت والتكلفة بمنحنى خطي أو منحنى محدب^(٥) وعلى أن يتم تمثيل هذا المنحنى المحدب بخط مستقيم كما في الرسم شكل ٢/٣ • ونشير هنا إلى أننا سوف نسقط هذا الافتراض عند عرض بعض القواعد المنطقية في حل هذه المشكلة • كما أنه في حالة عدم إمكانية التعبير عن التكلفة في شكل خط مستقيم فإنه يمكن التعبير عن التكلفة في شكل مجموعة من العلاقات الخطية المتقطعة

• Piece - Wise Linear



شكل (٢/٣)

* A Convex fun. $F(X)$ is a real valued fun. defined on an n -dimensional vector space. \Rightarrow
 $F(X) = F(\alpha u + \beta v) \leq \alpha f(u) + \beta f(v)$ + vector
 $X = \alpha u + \beta v$ and V n -dimensional vector u, v ,
 α, β Scalars.

وذلك كما في شكل ٣/٣ • كما أننا نفترض استقلالية هذه الأنشطة بعضها عن بعض بمعنى أن شراء وقت على أحد الأنشطة لا يؤثر بالمرّة على الموارد والوقت الخاص بنشاط آخر • وبالتالي لا يؤثر بالمرّة على عملية شراء الوقت على أي من الأنشطة الأخرى • وبطبيعة الحال يسقط هذا الفرض في حالة استخدام مورد واحد في اسراع وقت التنفيذ الخاص لأكثر من نشاط •

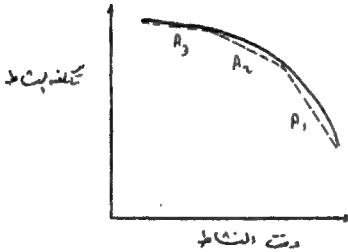
وفي شكل ٣/٣ تم تقريب المنحنى الخاص بالتكلفة المحدبة في شكل منحنى خطي متقطع Piece-wise linear curve حيث تتم معالجة كل جزء على أنه نشاط في حد ذاته وهو ما نسميه بالنشاط الكاذب Pseudo - Activity أي تم استبدال النشاط الحقيقي A بثلاثة أنشطة كاذبة A_1, A_2, A_3 ثم تم تحديد مسند الاحداثيات الخاصة بالوقت المعتدل والوقت المضغوط الخاص بكل مسند هذه الأنشطة الكاذبة • وبالتالي يتم حساب التغير في التكلفة مقابل التغير في الوقت كما في الجدول (١/٣) •

ويتضح أيضا من شكل ٣/٣ السبب في افتراض أن منحنى التكلفة يكون منحنى خطيا أو محدبا إذ أن اسراع النشاط من عند المستوى D يجب أن يتم أولا على النشاط A_1 ثم A_2 وأخيرا A_3 وحيث أن طريقة CPM تبحث أولا عن النشاط الذي يحقق أقل زيادة ممكنة في التكاليف فإنها سوف تختار الأنشطة الكاذبة في ترتيبها المنطقي A_1 ثم A_2 ثم A_3 وذلك على عكس الحال في حالة إذا كان منحنى التكلفة يأخذ أي شكل آخر كما في شكل ٤/٣ إذ قد نجد

أن ميل الخط أى معدل الزيادة فى التكلفة مقابل تقليل الزمن وحده

| معدل الزيادة فى التكلفة | الزيادة فى التكلفة | الوقت المضطرب | نقطة التوازن |
|---------------------------|--------------------|---------------|---------------|
| $\Delta C_1 / \Delta t_1$ | ΔC_1 | Δt_1 | A_1 |
| $\Delta C_2 / \Delta t_2$ | ΔC_2 | Δt_2 | A_2 |
| $\Delta C_3 / \Delta t_3$ | ΔC_3 | Δt_3 | A_3 |
| | | | المجموع A_1 |

جدول (١ / ٣)



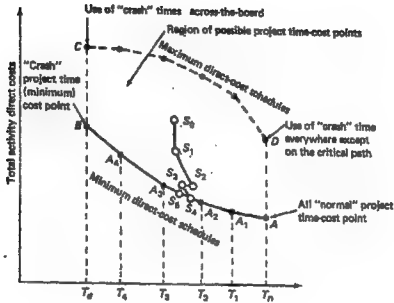
شكل (٤ / ٣)

واحدة أقل ما يمكن بالنسبة لـ A_3 عنه بالنسبة لـ A_2 • A_1 مما
يؤدي ذلك الى قيام طريقة GPM باسراع أوقات الأنشطة بطريقة
لا تحل معنى مقبول ان نبدأ بالنشاط A_3 ثم A_2 ثم A_1 •

٥/٢ المنطقة الكاملة المعبرة عن الوقت المعتدل والوقت المضغوط
والتكاليف الخاصة بهما بالنسبة للمشروع ككل :

Region of All possible Time - Cost Points:

تعمل طريقة المسار الحرج كذا سبق أن بينا على الاسراع ففى
الأوقات ابتداءً من الوقت المعتدل حتى نصل الى الوقت المضغوط وذلك
عن طريق ضغط الوقت الخاص بكل نشاط بالشكل الذى يقلل من
الزيادة المتوقعة فى التكاليف الباهرة للمشروع • ونشير فى هذا العدد
الى أن هناك وقت معتدل للمشروع ككل هو T_D وكذا وقت مضغوط
للمشروع ككل T_q أى أنه يمكن ضغط المشروع كما هو الحال بالنسبة لكل
نشاط على حده • فكما يمكن تنفيذ النشاط ما بين الوقت T_D المضغوط
والوقت T_D المعتدل يمكن بنفس المنطق تنفيذ المشروع ككل فيما بين
الوقت المعتدل T_D والوقت المضغوط T_q • فإذا تم جدولة جميع
أنشطة المشروع فى وقتها المعتدل فسيؤدي ذلك بطبيعة الحال الى
تنفيذ المشروع فى الوقت المعتدل وتكون التكلفة الباهرة المقابلة لذلك
هى أقل تكلفة ممكنة التى يعبر عنها بالنقطة A شكل ٥/٣ • وبالمثل
يمكن تنفيذ المشروع فى أقل وقت ممكن T_q عن طريق ضغط الأنشطة
الضرورية فقط وهى الأنشطة التى تقع على المسار أو المسارات الحرجة
النهائية والخاصة بتنفيذ المشروع فى الوقت T_q كان معنى ذلك أن



شكل (٥ / ٣)

الزيادة في التكاليف المباشرة سوف تكون أقل ما يمكن والتي يعبر عنها بالنقطة B . أما إذا تم الاسراع من أنشطة أخرى غير حرجية فلن يؤدي ذلك إلى تقليل وقت المشروع إلى مستوى أقل من T_D في الوقت الذي سوف تنتج فيه التكلفة إلى الزيادة من النقطة B إلى النقطة C . كما أنه إذا تصورنا ولأغراض العرض قيام المشروع بالاسراع في جميع الأنشطة الغير حرجية مع بقاء المشروع عند النقطة T_D . كان معنى ذلك زيادة التكاليف المباشرة إلى النقطة D دون تحقيق أي تقليل في وقت التنفيذ . وأخيرا يحدد المنحنى AB أقل زيادة ممكنة في التكاليف المباشرة نتيجة الضغط الفعال للأنشطة الحرجية الخاصة بتنفيذ

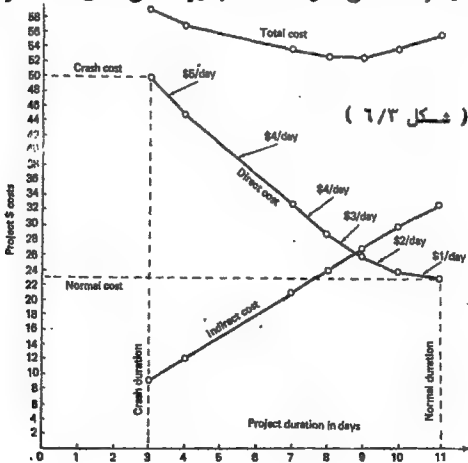
المشروع ابتداءً من النقط T_D حتى نصل إلى النقطة T_A وكذلك يبين المنحنى DC أكبر زيادة ممكنة في التكاليف الباعرة نتيجة الضغط الغير فعال للانشطة الحرجة الخاصة بتنفيذ المشروع ابتداءً من النقطة T_D حتى نصل إلى النقطة T_A . وبالتالي فإن المساحة المظللة $ABGD$ في شكل ٣/٥ السابق تبين المنطقة الكاملة لكل النقاط الممكنة لتنفيذ المشروع والتكاليف المختلفة الممكنة والمقابلة لكل نقطة من نقاط تنفيذ المشروع .

ويمثل الهدف الأساسي بطبيعة الحال في محاولة الالتزام بالمنحنى AB والذي يتمثل في مجموعة من الخطوط المتصلة عند نقط الحسب الأدنى للتكلفة المقابلة لكل نقطة من نقاط تنفيذ المشروع ابتداءً من T_D حتى T_A وتمثل نقاط الاسراع لخطوط المنحنى AB هذه في النقاط A_1 المقابلة لـ T_1 ، A_2 المقابلة لـ T_2 حتى النقطة B المقابلة لـ T_A .

ويتم تحديد هذه النقاط بأن نبدأ في حساب التكلفة الخاصة بتنفيذ المشروع في الوقت T_D ثم نبدأ في البحث عن الأنشطة التي يمكن الاسراع في تنفيذها بأقل تكلفة ممكنة حتى نصل إلى النقطة T_1 والتكلفة المقابلة لها A_1 بمجرد الوصول إلى النقطة T_1 تظهر الحاجة إلى ضغط أنشطة أخرى على نفس السار الحرج أو قد تظهر مسارات حرجة جديدة الأمر الذي يقتضي ضغط نقاط أو مجموعة من الأنشطة الجديدة وتكون الزيادة في التكاليف نتيجة الضغط السابق والذي يقلل مدة تنفيذ المشروع عن النقطة T_1 أكبر من أو يساوي الزيادة في

التكاليف التي تحققت في الضغط الأول في المدة من T_D حتى T_1 ونستمر على نفس المنوال حتى نصل الى النقطة B . وقد لانحتاج بطبيعة الحال الى حساب المنحنى AB بالكامل وانما عادة ما نتوقف بمجرد الوصول بوقت المشروع الى المستوى المطلوب فيه والذي قد يكون أكبر من T_d .

وبطبيعة الحال يجب اضافة التكاليف الأخرى غير المباشرة الى التكاليف المباشرة الناتجة من الاسراع في تنفيذ المشروع وذلك فسر حالة الرغبة في تقليل التكاليف الكلية للتنفيذ والتي تتحقق هذه الأخيرة عند تساوى الزيادة في التكاليف المباشرة نتيجة الاسراع في تنفيذ الأنشطة مع الوفورات في التكاليف غير المباشرة والناتجة عن هذا الاسراع في التنفيذ وذلك كما في شكل ٦/٣ . ونشير هنا الى امكان النظر



الى المشروع الواحد على أنه مجموعة من المشروعات الصغيرة وبالتالي سيتم تحديد الأوقات المختلفة لتنفيذ كل من هذه المشروعات الفرعية لنصل الى الأوقات والتكاليف الخاصة بالمشروع ككل ، الأمر الذى يمكن من تقسيم شبكات الأعمال الضخمة بما يتفق مع إمكانيات الحاسب الآلى ، ويكون هذا التقسيم ممكننا دائما طالما أن الزيادة فى التكاليف مقابل الاسراع فى الوقت بأخذ عكسل علاقة خطية linear ، أو خطية متقطعة Piec-wise linear .

يحدد هذا الاستعراض السابق للفكرة الأساسية التى تقوم عليها الأساليب الخاصة بالاسراع فى وقت تنفيذ المشروع ، ننتقل الى بيان بعض هذه الأساليب وتنقسم هذه الأخيرة الى أساليب أو قواعد منطقية يمكن من الوصول الى حلول جيدة وتقرب كثيرا من الحلول المثلى وهذا ما سوف نتناوله فى الفقرة القادمة ثم بيان الاسلوب الذى قدمه Fulkerson - الذى يمكن من الوصول الى الحل الأمثل وفيه ننظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات ، وسوف نستعرض ههنا الأسلوب الخاص بـ Fulkerson ، الذى يسمى بالخطوات ، أو النظام (خوارزميه) الخاصة بالتدفقات على شبكة الأعمال The Network flow Algorithm^٥ فى الفصل الرابع من هذا الكتاب .

(٥) ترجع كلمة Algorithm الى اسم العالم المراقى خوارزمى ، الذى ساهم بشكل كبير فى نهضة العلوم الرياضية فى العصر الحديث .

٣ - مجموعة قواعد منطقية تستخدم في الموازنة بين وقت وتكلفة

المشروع :

Heuristic Procedure for Time - Cost Trade
Offs :

نورد أولا فيما يلي أهم الخصائص المميزة لمجموعة القواعد هذه على
أن يلي ذلك بيان هذه القواعد وتسلسلها في الحل :

١/٣ أهم خصائص هذه القواعد المنطقية في الحل :

١ - لا يشترط وفقا لمجموعة القواعد هذه أن تكون دالة التكاليف
الخاصة بكل نشاط دالة غطية بل من الممكن أن تأخذ أى شكل • كما
أنه من الممكن أن يختلف الشكل الذي تأخذه الدالة من نشاط الى آخر
• الأمر الذي يحقق درجة عالية من المرونة لمواجهة المواقف المختلفة •

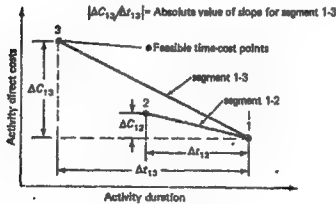
٢ - ان إمكانية اسراع وقت المشروع يتم في عدة نقاط محدودة
تبدأ من النقطة T_D وتنتهى عند النقطة T_H والتي تتمثل فى
النقاط T_1, T_2, T_3, T_4 فى شكل (٣/٥) وتهم مجموعة القواعد
المنطقية هذه بتحديد التكاليف المباشرة الدنيا المقابلة لهذه النقاط
فقط دون غيرها من النقاط • فلاثم يتم بتحديد التكاليف المقابلة لجميع
الأوقات الواقعة بين هذه النقاط المسكدة • ولا يقلل ذلك من القيمة
المطلوبة لهذه القواعد طالما أنها تنتج في تحديد التكاليف المقابلة
لنقط التنفيذ المسكدة ، والتي يمكن فعلا تنفيذ المشروع عندها •

٣ - كما تسمح مجموعة القواعد هذه بالحالات الخاصة بإمكانية

استخدام مورد ما في تحقيق اسراع في تنفيذ أكثر من نشاط دفعة واحدة أى لا تشترط الاستقلالية فيما بين الأنشطة .

ولتطبيق قواعد الحل هذه يتطلب الأمر تحديد معدل الزيادة في التكاليف مقابل الاسراع في الوقت بالنسبة لكل نشاط $\Delta C / \Delta T$ والتي يمكن التعبير عنها بميل الخط الواصل من نقطة تحقق النشاط في وقت معين الى نقطة تحققه في وقت أقل آخر وذلك كما في شكل ٧ / ٣ على أن يلى ذلك تحديد النشاط الخارج الذي نبدأ بضغط الوقت

$|\Delta C_{12} / \Delta t_{12}|$ = Absolute value of slope for segment 1-2



شكل (٧ / ٣)

الخاص بنسبته والذي يتحقق عنده الحد الأدنى للزيادة في التكاليف .

٢/٣ قواعد الموازنة بين الوقت والتكلفة :

Time - Cost Trade - off Rules :

القاعدة رقم (١) Rule 1 :

إذا كان هناك أكثر من مسار حرج واحد تنتقل مباشرة إلى القاعدة رقم (٣) . أما إذا كان هناك نشاط واحد فقط قيمته في هذه الحالة دراسة جميع التخفيضات الممكنة تحقيقها في وقت الأنشطة - $\text{all eligible segments}$ لأنشطة المسار الحرج ثم تختار النشاط صاحب أقل زيادة في التكاليف مقابل وحدة الزمن أي صاحب أقل قيمة $\Delta C / \Delta t$ وفي حالة تساوي أكثر من نشاط في مقدار الميل نختار النشاط صاحب القيمة Δt الأقل .

وتطبق هذه القاعدة طالما أن هذا التخفيض في الوقت لا يحول المسار الحرج إلى مسار شبه حرج Subcritical بسبب ظهور مسار حرج آخر . أما إذا ظهر مسار حرج آخر وتحول المسار الحرج الجارى إلى مسار شبه حرج فننتقل إلى القاعدة رقم (٢) .

القاعدة رقم (٢) Rule 2 :

- نعتبر أن أقل تخفيض ممكن حدوثه في المسار الحرج الجارى والسدى يترتب عليه ظهور مسار أو مجموعة مسارات حرجية جديدة بالرمز Δt فإذا كان المسار الحرج الحالى طوله 15 يوما ويترتب على ضغط أحد الأنشطة على هذا المسار بمقدار يوم واحد ظهور مسار حرج جديد طوله 14 يوما كان معنى ذلك أن Δt تساوى واحد ($\Delta t = 1$) .

— يتم دراسة جميع التخفيضات الممكن تحقيقها على الأنشطة المختلفة والتي تعبر عنها بالرمز Δt وشرط أن تكون Δt أكبر من Δt_0 أى أن $\Delta t \geq \Delta t_0$ ثم نختار النشاط صاحب أقل زيادة مطلقة في التكاليف Δc وليس النشاط صاحب أقل معدل زيادة في التكلفة والذي يقاس هذا الأخير بالرمز $\Delta c / \Delta t$ ، على أن نرمز لمعدل الزيادة في التكلفة لهذا النشاط المختار صاحب أقل Δc بالرمز $\Delta c_m / \Delta t_m$.

فإذا كانت $\Delta t_m = \Delta t_0$ نكون قد حققنا التخفيض المطلوب مع بقاء المسار الحرج الجارى تخفيضه كأطول مسار وذلك مع ظهور مسار أو عدة مسارات أخرى حرجة جديدة . أما إذا كانت $\Delta t_m > \Delta t_0$ فنسوف يؤدي ذلك إلى تحول المسار الحرج الأصلي

الى مسار شبيه حرج - Subcritical

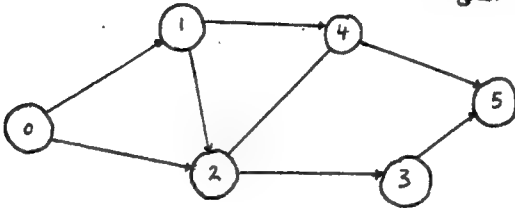
ان يقل طوله عن المسار أو المسارات الحرجة الجديدة بقدر Δt_0 ،
 $\Delta t_m = \Delta t_0 + \Delta t_0 > 0$ وهنا يلزم في هذه الحالة زيادة بعض الأنشطة على هذا المسار الذي أصبح شبه حرج ليصبح طول هذا المسار في حدود طول المسار أو المسارات الحرجة الجديدة ، وبمتم ذلك باعادة زيادة وقت تنفيذ بعض الأنشطة وفي حدود المقدار Δt_0 وشرط أن تكون التكاليف المردودة Δc أكبر ما يمكن .
 وتم عملية اعادة بيع الوقت هذه لأحد الأنشطة أو مجموعة من الأنشطة الواقعة على المسار الحرج الأعلى والذي أصبح بعد التخفيض نقاطا شبه حرجا . وتكون معدل الزيادة في التكلفة والناجمة من تطبيق القاعدة الثانية كما يلي $(\Delta c - \Delta c_{total} \text{ sold back}) / \Delta t_m$

القاعدة رقم (٣) 3. Rule :

تخص هذه القاعدة بحالة وجود أكثر من مسار حرج واحد ،
فيتم في هذه الحالة تقسيم أنشطة شبكة الأعمال الى مجموعتين
I , II حيث تمثل المجموعة I جميع الأنشطة الحرجة التي
تشارك في جميع المسارات الحرجة . وتمثل المجموعة II الأنشطة
الحرجة التي تقع على مسار حرج واحد فقط دون باقي المسارات
الحرجة الأخرى . ونطبق هنا القواعد السابقة في حالة الرغبة في
الاسراع من أنشطة المجموعة I ويكون معدل الزيادة في التكاليف
مقابل الاسراع في التنفيذ وحدة زمن واحدة $\Delta C_I / \Delta t_I$.

أما في حالة الرغبة في اسراع أنشطة المجموعة II فيقتضى الأمر
في هذه الحالة زيادة أكثر من نشاط على أن يتم ذلك بطرق متعددة
اذ يصعب وضع قاعدة عامة تصلح لجميع الحالات . كما قد يقتضى الأمر
الاسراع من عدة أنشطة وفي نفس الوقت الابطاء من أنشطة أخرى التي
لم يعد للاسراع في تنفيذها أى أثر على وقت تنفيذ المشروع .

ويمكن تطبيق القواعد السابقة في إيجاد الحل الممكن للمشال
التالي :



| النشاط | الوقت المعتدل | | الوقت المضغوط | | الميل |
|--------|---------------|---------|---------------|---------|-------|
| | الوقت | التكلفة | الوقت | التكلفة | |
| (0,1) | 4 | 210 | 3 | 280 | 70 |
| (0,2) | 8 | 400 | 6 | 560 | 80 |
| (1,2) | 6 | 500 | 4 | 600 | 50 |
| (1,4) | 9 | 540 | 7 | 600 | 30 |
| (2,3) | 4 | 500 | 1 | 1100 | 200 |
| (2,4) | 5 | 150 | 4 | 240 | 40 |
| (3,5) | 3 | 150 | 3 | 150 | - |
| (4,5) | 7 | 600 | 6 | 750 | 150 |
| | | 3050 | | 4280 | |

ونشير هنا الى امكانية تنفيذ أى نشاط اما عند الوقت المعتدل أو عند الوقت المضغوط مع عدم امكانية تحقق النشاط فى أى وقت يقع ما بين الوقتين ، الوقت المعتدل والوقت المضغوط ، فالنسبة للنشاط (1, 0) اما أن يتم تنفيذه فى أربعة أيام أو فى ثلاثة أيام دون امكان تنفيذه فى مدة متوسطة ، وكذا الحال بالنسبة للنشاط (2, 0) اذ يتم تنفيذه فى شان أيام أو فى ستة أيام دون امكان تنفيذه فى أى مدة متوسطة ، مثل سبعة أيام مثلا ، وهكذا بالنسبة لباقى الأنشطة .

ويكون السار الحرج فى هذا المثال هو المسار 5-4-2-1-0 وذلك سواء فى حالة الالتزام بتنفيذ جميع الأنشطة فى أوقاتها المعتدلة أو تنفيذ جميع الأنشطة فى أوقاتها المضغوطة ويكون طول المسار الحرج فى الحالة الأولى 22 يوما بتكلفة قدرها 3050 دولارا وبكسبون طوله فى الحالة الثانية 17 يوما بتكلفة مقدارها 4280 دولارا .

وفيما يلى سوف نبين كيفية استخدام القواعد المنطقية السابقة فى تحديد التكاليف الدنيا المقابلة لأوقات تنفيذ المشروع المبكئة والتي تقع ما بين 22 يوما و 17 يوما وذلك كما يلى :

تنفيذ المشروع فى 21 يوما :

— ننظر الى الأنشطة الحرجة لنختار النشاط صاحب أقل معدل زيادة فى التكاليف وهو النشاط 2-1 فى هذه الحالة ، إلا أن ضغط هذا النشاط سوف يؤدى الى تقليل وقت تنفيذ المشروع عن 21 يوما ولذا يتم فى هذه الحالة الانتقال الى القاعدة الثانية والخاصة بتحديد Δt_0 وهى تساوى واحد فى هذه الحالة ثم ننظر الى جميع

تخفيضات الوقت Δt حيث $\Delta t \geq \Delta t_0$ ونختار من بينها النشاط صاحب أقل زيادة مطلقة في التكاليف فيكون هو النشاط (1 , 0) والذي يؤدي إلى أن يصبح وقت تنفيذ المشروع مساوياً تماماً 21 يوماً والتالي لا يوجد أي فائض على النشاط الحرج يقتضى إعادة رد وحداً من الزمن مرة أخرى . والتالي تكون أقل تكلفة لتنفيذ المشروع فـ 21 يوماً هي $70 + 3050 = 3120$ دولاراً .

تنفيذ المشروع في 21 يوماً :

تنظر إلى الأنشطة الحرجة لنختار النشاط صاحب أقل معدل زيادة في التكاليف وهو النشاط 1-2 ، إلا أن ضغط هذا النشاط يؤدي إلى تقليل وقت التنفيذ إلى 19 يوماً ولذا يتم البحث ضمن الأنشطة التي تؤدي إلى أقل زيادة مطلقة في التكاليف وهنا نجد أن النشاط (2,4) يحقق نقصاً قدره 90 دولاراً علماً بأنه من الممكن انقاص النشاط (1,2) بمقدار 100 دولاراً مع إمكانية إعادة رد الوقت السابق ضغطه على النشاط (0,1) فيكون صافي الزيادة في التكلفة هي 30 دولاراً . والتالي تكون أقل تكلفة لتنفيذ المشروع في 20 يوماً هي 3150 دولاراً .

وتظهر في هذه الحالة مسارين حرجيين آخرين وهما 0-1-4-5 و 0-2-4-5 إذ أن طول كل منهما 20 يوماً .

تنفيذ المشروع في 19 يوماً :

وتتكون المجموعة I الخاصة بالأنشطة المشتركة من النشاط (4,5)

والذى يحقق زيادة فى التكلفة قدرها 150 دولاراً فى حالة الرغبة فى ضغط أنشطة أخرى فيقتضى الأمر ضغط أكثر من نشاط معا فشلا ضغط النشاط (0,1) يحقق الاسراع فى مساهمين خرجين دون الثالث الأمر الذى يقتضى ضرورة ضغط النشاط (0,2) على المساهمين الثالث ويكون مجموع الزيادة فى التكاليف 150 دولاراً أيضاً كما أن ضغط النشاط (1,4) يقتضى ضغط النشاط (2,4) أيضاً وتكون مجموع الزيادة فى التكلفة $150 = 60 + 90$ ولذا يتم ضغط النشاط (4,5) ليصبح وقت تنفيذ المشروع 19 يوماً وتكون التكلفة المقابلة هى 3300 دولاراً • ويكون هناك ثلاث مسارات حرجية كما هى فى حالة 20 يوماً •

تنفيذ المشروع فى 18 يوماً :

تتكون المجموعة I من النشاط (4,5) والذى لا يمكن الاسراع فى تنفيذه ولذا يقتضى الأمر ضغط أكثر من نشاط بالشكل الذى يجعل وقت تحقق الحدث (4) فى 12 يوماً بدلاً من 13 يوماً ويكون ذلك أما بضغط (0,1) • (2,4) مما يؤدي الى زيادة فى التكاليف 160 دولاراً أو خفض (1,4) و (2,4) بمقدار 150 وهى أقل زيادة سبكته ليصبح وقت المشروع 18 يوماً والتكلفة 3450 دولاراً •

تنفيذ المشروع فى 17 يوماً :

ويتحقق ذلك باتمام الحدث 4 فى 11 يوماً عن طريق ضغط كل من النشاطين (0,1) • (0,2) مقابل زيادة فى التكلفة 150 دولاراً وتصبح تكلفة تنفيذ المشروع 3680 دولاراً • ويلاحظ هنا

أنه يمكن تنفيذ المشروع في 17 يوما دون ما حاجة الى ضغط النشاط (2,3) ، اذ يؤدي الاسراع من النشاط (2,3) الى زيادة التكاليف بمقدار 4280 دولارا لتصبح مجموع التكاليف 600 دولارا دون تحقق أى تحسن في تنفيذ المشروع في مدة أقل من 17 يوما .

٤ - تباين :

١ - اذا كانت البيانات الخاصة بشبكة أعمال ما والتي تعبر عن أحد مشروعات الصيانة في إحدى الشركات وكان الوقت المعتدل والوقت المضغوط والتكلفة الخاصة بكل منهما كما يلي :

| النشاط | الأنشطة السابقة على النشاط | الوقت المعتدل | الوقت المضغوط |
|--------|----------------------------|---------------|---------------|
| A | - | 3 | 2 |
| B | - | 6 | 4 |
| C | - | 2 | 1 |
| D | A | 5 | 3 |
| E | C | 2 | 2 |
| F | A | 7 | 5 |
| G | B, D | 4 | 2 |

وإذا كانت التكاليف غير الباهرة المقدرة لكل وقت من أوقات تنفيذ

المشروع كما يلي :

| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | وقت المشروع |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------------------|
| 620 | 660 | 700 | 740 | 820 | 900 | التكاليف غير المباشرة |

فإذا كان من الممكن أن يأخذ النشاط أى وقت يقع ما بين الوقت المعتدل والوقت المضغوط وشرط أن يكون ذلك وقتاً صحيحاً (أى لا يسمح بالكسور) فالمطلوب استخدام خطوات الحل المنطقية لإيجاد الموازنة بين الوقت والتكلفة مع بيان أن التكاليف الكلية المقابلة لأوقات المشروع المختلفة تكون كما يلى :

| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | وقت المشروع |
|------|------|------|------|------|------|----------------|
| 1620 | 1530 | 1470 | 1430 | 1470 | 1510 | التكلفة الكلية |

٢ — كسر التمرين السابق بفرض أنه يتم تنفيذ كل نشاط إما فى الوقت المعتدل أو الوقت المضغوط فقط دون إمكان تنفيذ النشاط فى أى وقت يقع بينهما .

٣ — حل المثال السابق شكل (٨ / ٣) إذا كانت البيانات الخاصة بالوقت والتكلفة كما يلى :

| الوقت المخطط تكاليف | | الوقت المتداول تكاليف | | النقاط |
|------------------------|---|--------------------------|---|--------|
| 300 | 2 | 210 | 4 | (0,1) |
| 500 | 5 | 400 | 7 | (0,2) |
| 800 | 4 | 500 | 6 | (1,2) |
| 800 | 6 | 540 | 8 | (1,4) |
| 800 | 7 | 500 | 9 | (2,3) |
| 270 | 4 | 160 | 5 | (2,4) |
| 300 | 5 | 160 | 6 | (3,5) |
| 900 | 5 | 600 | 7 | (4,5) |

الفصل الرابع

الحل الأمثل لمشكلة الموازنة بين الوقت والتكلفة

Time Cost Trade off Optimal Solution

١ - مقدمة :

لقد بينا في الفصل السابق القواعد المنطقية المستخدمة نفس تحقيق درجة مرضية من الموازنة بين الوقت والتكلفة وسوف نبين في هذا الفصل كيفية تحقيق هذه الموازنة بطريقة مثلى . فالقواعد المنطقية بالفصل الثالث وان تهوزت بإمكانية إيجاد حل سريع وجهود حسابية بسيطة ودون جهد كبير إلا أنها لاتضمن دائماً الوصول الى الحل الأمثل .

وننبه القارئ في هذا الصدد الى أن فهم الطريقة المثلى يقتضى توافر خلفية قوية لدى القارئ عن مفاهيم بحوث العمليات بصفة عامة وأسلوب السيمبلكس Simplex Method والنظرية الثنائية للبرمجة الخطية LP Duality Theory of LP بصفة خاصة . ولذا ننصح القارئ العادى اما استبعاد هذا الفصل أو أن يفتقر ففوق النواحي الرياضية متلماً الفكرة العامة لهذه الطريقة المثلى .

ورغم المحاولات التى بذلت فى تبسيط طريقة عرض الموضوع ، إلا أنه لا يفر من ضرورة عرض الموضوع كما هو وما يحويه من بعض الصعوبات والتحليلات العميقة والتى لا يمكن تفاديهها فى هذا الصدد . ولا شك أن فهم الموضوع بتفاصيله الدقيقة سوف يمكن القارئ من تصميم القواعد

المنطقية التي تلزم لحل المشكلة الخاصة التي تواجهه بطريقة أفضل وأكثر التصاقاً بالطريقة المثلى ، إذ يصبح القارىء في موقف أفضل بكثير عند تحديد خطوات الحل المثلى التي تتفق مع المشكلة محل الدراسة وتلك الخطوات التي تحتاج الى تعديل أو تطوير بسبب سقوط بعضى فروض النموذج وعدم انطباقها على المشكلة محل الدراسة . فالطريق المنطقية للحل ما هي في الحقيقة الا تقريب للحل الأمثل عن طريق اسقاط بعضى الفروض والتالى اجراء التعديل اللازم لمواجهة ذلك .

٢ - نموذج شبكات الأعمال :

Network Flow Model :

قبل التصدى للمشكلة محل الدراسة والخاصة بالمواءمة بين الوقت والتكلفة ، نود أولاً أن نستعرض نموذج شبكة تدفقات الأعمال والذي ننظر فيه الى وجود تدفقات معينة تمر على أسهم الشبكة ابتداءً من نقطة البداية وانتهاءً بنقطة النهاية . ان نوزع الى التدفقات المارة على السهم ما بين الحدث 1 والحدث 2 بالرمز x_{12} . كما أننا نفترض أن الحد الأقصى للتدفقات المسموح بها على أحد الأنظمة بالرمز c_{12} أى أن

$$x_{12} \leq c_{12} \quad \forall (1,2) \in A$$

وان رمزنا الى التدفقات المارة بشبكة الأعمال ابتداءً من الحدث 1 وانتهاءً بالحدث 2 بالرمز x_{12} كان معنى ذلك

$$\sum_{j \in A(i)} x_{ij} = v$$

$$\sum_{j \in Q(i)} f_{ij} - \sum_{j \in Q(i)} f_{ji} = 0$$

$$\sum_{j \in Q(n)} f_{jn} = -V$$

$$0 \leq f_{ij} \leq c_{ij}$$

فاذا اعلنا على تعظيم مقدار التدفقات V من حدث البداية الى حدث النهاية ، فانه يمكن التعبير عن النموذج فيما يلي :

$$\max V$$

$$(*) \quad \begin{matrix} \text{s.t.} \\ \sum_{j \in Q(i)} f_{ij} - \sum_{j \in Q(i)} f_{ji} = \begin{cases} V, i=1 \\ 0, i \neq 1, n \\ -V, i=n \end{cases} \\ 0 \leq f_{ij} \leq c_{ij} \end{matrix}$$

وهذا النموذج يجبر عن مشكلة معروفة وتعتبر من أساسيات علم التدفقات على شبكة الأعمال Flows on Networks والتي نسميها حل أمثل لها بطريقة أقصى تدفقات للمالين الأمريكيين **Ford and Fulkerson Maximum Flow Algorithm** وفولكرسون

ولذلك أن النظرة الأولى للنموذج السابق تبين عدم وجود علاقة بالمرّة بين هذه المشكلة الخاصة بتعظيم التدفقات على شبكة الأعمال والمشكلة التي نحن بصددها والخاصة بتحقيق الموازنة بين الوقت والتكلفة ، إلا أن ذلك ليس صحيحاً ، إذ أمكن تحويل مشكلة الموازنة بين تسمى مجموعة القيود هذه بمجموعة قيود حفظ ووقاية التدفقات
Flow Conservation Constraints

الوقت والتكلفة الى مشكلة تعظيم مقدار التدفقات المارة على شبكة الأعمال وذلك كما سيظهر في الفقرات التالية .

٣ - طريقة الحل بالنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات وذلك في حالة التعبير عن العلاقة بين الوقت والتكلفة نفسها
شكل علاقة خطية :

Linear Cost-Duration Function- Network Flow
Algorithm :

يقوم هذا النموذج على افتراض أساسي يتمثل في أن الزيادة في التكلفة مقابل الاسراع في وقت تنفيذ النشاط تأخذ شكل علاقة خطية ، وبالتالي يتم التعبير عن الزيادة في التكلفة مقابل اسراع النشاط (١) بمقدار وحدة زمن واحدة بالرمز a_{ij} . ويترتب على افتراض هذه العلاقة الخطية مجموعة من النقاط نورد ها فيما يلي :-

- ١ - ان هذا المفرض يتميز بالواقعية والبساطة .
- ٢ - أن كثير من الدوال غير الخطية يمكن تقريبها بمجموعة من العلاقات الخطية المتشظعة ، وبالتالي فان ايجاد الحل الأمثل في حالة افتراض توافر علاقة خطية بين الوقت والتكلفة يعد بمثابة حجب الزاوية ونقطة الانطلاق لتحديد حدود الحل الأمثل في حالة وجود علاقات أخرى غير خطية .

The linear Case is the fundamental building block in achieving bounds on the optimum under non-linear cost functions.*

(*) Salah Elmaghraby, Activity Networks, John Wiley & sons, 1977, P.61.

٣- ان افترض وجود علاقة خطية يمكننا من استخدام نظرية البرامج الخطية والتالى امكانية الاستفادة من النتائج العددية الخاصة بهذه النظرية ذات القواعد الصلبة والبيئة على تحليلات كاملة ودقيقة .

٤- انها تكنا بذلك من انشاء منحني الحد الأدنى المعبر عن الزيادة فى التكاليف لجميع الأوقات الممكن تحقيقها ، الأمر الذى يمكننا من الاجابة على كل الاسئلة التى تثار بالنسبة لهذه المشكلة والتى يمكن ذكرها فيما يلى :

- ما هو مقدار الوقت المسموح به لكل نشاط بحيث يمكن اتمام المشروع فى ميعاد محدد مقدما وأقل قدر من التكاليف ؟
- ما هو الوقت الذى يمكن تنفيذ المشروع فى حدوده ، وذلك فى ظل ميزانية محددة مقدما ؟
- ما هى مقدار الزيادة الحدية فى التكاليف كنتيجة لتخفيض وقست المشروع عن ميعاد سبق تحديده ؟
- هل تختلف مجموعة الأنشطة المعبرة عن غنى الزجاجة باختلاف وقت تنفيذ المشروع أم تظل مجموعة الأنشطة هذه كما هى ؟

٤- النماذج الرياضى : The Mathematical Model :

يمكن التعبير عن العلاقة بين الوقت x_{ij} والتكلفة 0_{ij} لجميع الأنشطة $A \in (1, j)$ (حيث تعبر A عن مجموعة الأنشطة فى شبكة الأعمال) كما يلى :

$$c_{1j} = b_{1j} - a_{1j} \cdot y_{1j}, \quad l_{1j} < y_{1j} < u_{1j},$$

$$a_{1j}, b_{1j} \geq 0$$

وإذا رمزنا إلى وقت تحقق الحدث j بالرمز t_j كان معنى ذلك أن

$$t_j \geq t_i + y_{1j} \quad \forall (ij) \in A, \quad j = 2, 3, \dots, n,$$

$$t_1 = 0$$

وبالتالي يتم التعبير عن المشكلة في شكل نموذج رياضي يهدف إلى تحديد أوقات الأنشطة y_{1j} وكذا تحديد أوقات تحقق الأحداث $\{t_j\}$ وذلك بالمثل الذي يحقق أقل زيادة ممكنة في التكاليف Z نتيجة الالتزام بتنفيذ المشروع في وقت محدد T وذلك كما يلي :

$$\min Z = \sum_{(ij) \in A} c_{1j} = \sum_{(ij) \in A} (b_{1j} - a_{1j} y_{1j})$$

إلا أن عدده Z معنى ما يلي :

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_{(ij) \in A} (b_{1j} - a_{1j} y_{1j}) \\ &= \sum_{(ij) \in A} b_{1j} - \sum_{(ij) \in A} a_{1j} y_{1j} \\ &= - \sum_{(ij) \in A} a_{1j} y_{1j} + \text{constant} \end{aligned}$$

$$\sum_{(ij) \in A} a_{1j} y_{1j} \quad \text{معنى تعظيم} \quad \sum_{(ij) \in A} a_{1j} y_{1j}$$

والتالى يتم التعبير عن النموذج الرياضى كما يلى :

$$\max_{s.t.} Z = \sum_{(1j) \in A} a_{1j} \cdot y_{1j}$$

$$t_1 - t_n + y_{1j} \leq 0$$

$$y_{1j} \leq u_{1j}$$

$$y_{1j} \geq l_{1j}$$

$$t_n = T$$

ومطابقة الحال يمكن كتابة $-l_{1j} < y_{1j} < u_{1j}$ بدلا من $y_{1j} > l_{1j}$

كما أن قيمة T يجب أن تكون فى الحدود الممكنة المسج بها والتي

يمكن التعبير عنها رياضيا كما يلى :

$$\underline{T} = (t_n | y_{1j} = l_{1j}) \leq T \leq \bar{T} = (t_n | y_{1j} = u_{1j})$$

اذ تعبر \underline{T} عن الحد الأدنى لامكانية تنفيذ المشروع والذي

يتحقق فى حالة الالتزام بتنفيذ الأنشطة عند حدودها الدنيا ، كما تعبر

\bar{T} عن الحد الأعلى لامكانية تنفيذ المشروع والذي يتحقق فى حالة

تنفيذ الأنشطة فى أوقات القصوى الممكنة والمتاحة لها . وأخيرا يمكن

كتابة القيود $t_n = T$ على الشكل $-t_1 + t_n = T$ وذلك فى حالة

افتراض أن نقطة البداية هى نقطة المخرج أى أن $t_1 = 0$ كما أنه يمكن

أيضا كتابة هذا القيد الأخير على شكل $t_1 + t_n \leq T$ - اذ سوف

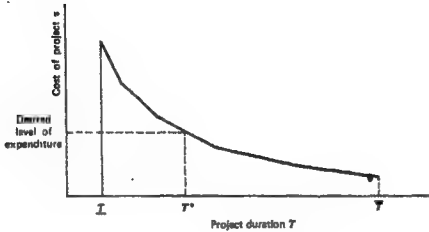
تضمن دالة الهدف تحقق حالة التساوى بالنسبة لهذا القيد .

وتكون الصورة النهائية للنموذج بعد أخذ النقاط السابقة نرى

$$\begin{aligned} \text{الحساب كما يلي :} \\ \max \quad & \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} y_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \text{Dual Variables} \\ t_1 - t_j + y_{1j} &= 0 & f_{1j} \\ -t_1 + t_n &= T \\ y_{1j} &= u_{1j} & g_{1j} \\ -y_{1j} &= l_{1j} & h_{1j} \end{aligned}$$

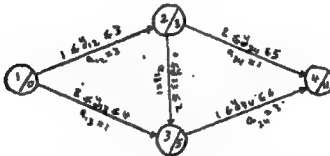
ويمكن استخدام نظرية البرمجة الخطية في حل النموذج الرياضي السابق وإيجاد قيمة T لكل قيمة محددة من قيم T ، كما أنه يمكن تحديد قيم y_{1j} لأي قيمة من القيم التي يمكن أن تأخذها وذلك بالنظر إلى المشكلة على أنها مشكلة برمجة خطية متعددة المحاور . Parametric Linear Prog. Prob .

وبإمكان النظر في النموذج السابق نجد أنه يتميز بمجموعة من الخصائص التي تستأهل معاملته معاملة خاصة ، إذ تنحصر معاملات هذا النموذج في -1 ، 0 ، 1 فقط ، وقد استرقت هذه الخصائص الخاصة بالنموذج العالم الرياضي الكبير فولكورسن والذي أمكنه استغلال هذه الخصائص في الوصول إلى طريقة حل مثلى لتحديد منحني العلاقة $(C - T)$ شكل (١/٤) دون ما حاجة إلى اللجوء إلى الحلول المطلوبة في حالة استخدام البرامج الخطية بشكل مباشر .



شكل (١/٤)

ويمكن توضيح النموذج الرياضي السابق بالتطبيق
على المثال التالي شكل (٢/٤) .



شكل (٢ / ٤)

تكون معادلات النموذج الخاص بهذا المثال كما يلي :

Dual Variables

| | | | |
|---------|---|-----------|----------|
| Max Z = | $0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 3y_{12} + y_{13} + y_{14} + 3y_{24}$ | ≤ 0 | f_{12} |
| s.t. | $x_1 - x_2$ | ≤ 0 | f_{13} |
| | $x_1 - x_3$ | ≤ 0 | f_{23} |
| | $x_2 - x_3$ | ≤ 0 | f_{24} |
| | $x_3 - x_4$ | ≤ 0 | f_{34} |
| | $-x_1$ | ≤ 7 | v |
| | $x_1 + x_2 + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{24}$ | ≤ 3 | y_{12} |
| | $x_2 + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{24}$ | ≤ 4 | y_{13} |
| | $x_3 - x_4 + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{24}$ | ≤ 2 | y_{23} |
| | $x_4 + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{24}$ | ≤ 5 | y_{24} |
| | $x_4 + y_{12} + y_{13} + y_{14} + y_{24}$ | ≤ 6 | y_{34} |
| | $-x_1 - x_2 - y_{12} - y_{13} - y_{23} - y_{24} - y_{34}$ | ≤ -1 | h_{12} |
| | | ≤ -2 | h_{13} |
| | | ≤ -5 | h_{23} |
| | | ≤ -2 | h_{24} |
| | | ≤ -1 | h_{34} |

٥ - خطوات فولكورسن للحل :

Fulkerson Network Algorithm :

تمثل الفكرة الأساسية للحل، في النظر الى النموذج التامى للمشكلة بدلا من النظر الى النموذج الاصلى ، اذ امكن لفولكورسن التعبير عن هذا النموذج التامى في شكل مشكلة تحديد اقصى تدفقات يمكن دفعها على شبكة افعال والتي قد منها في بداية هذا الفصل وبالتالي يمكن استخدام طريقة اقصى تدفقات لفورد وفولكورسن في الحصول الى الحل الأمثل Ford and Fulkerson max.flow Alg. وسوف نبين النموذج التامى للمثال السابق في الصفحة التالية وذلك كتبسيط لبیان النموذج التامى في شكله العام .

وتكون جميع المتغيرات في النموذج التامى أكبر من أو تساوى صفر non - negative ، حيث أن جميع قيود المسألة الرئيسية على شكل أقل من أو يساوى ، كما يتم التعبير عن قيود المسألة الثابتة نفس شكل متساويات ويرجع ذلك الى أن متغيرات المسألة الرئيسية غير محدودة الاشارة Unrestricted in sign والرجوع الى النموذج العام للمسألة الرئيسية فإنه يمكن التعبير عن النموذج التامى الخاص

$$\min z = TV + \sum_{(i,j) \in A} u_{ij} g_{ij} - \sum_{(i,j) \in A} l_{ij} h_{ij}$$

$$s.t. \quad f_{ij} + g_{ij} - h_{ij} = a_{ij} \quad \forall (i,j) \in A$$

$$\sum_j [f_{ij} - f_{ji}] = \begin{cases} V, & i = 1 \\ 0, & i \neq 1, n \\ -V, & i = n \end{cases}$$

ونفسير هنا الى وجود مجموعة من الملاحظات الخاصة بهذا النموذج نورد ها فيما يلي :

١ - ان نظرنا الى المتغيرات f_{1j} على أنها بمثابة تدفقات تمر على شبكة الأعمال فان ال n قيد الأخيرة تكون هي مجموعة حفظ وبقا التدفقات .
- Flow Conservation constraints

٢ - لن تأخذ المتغيرات h_{1j} ، g_{1j} قيم موجبة معا وفي نفس الوقت في أى حل أمثل ، أى أنه اذا أخذت المتغيرات g_{1j} قيم موجبة فان المتغيرات h_{1j} المقابلة تأخذ القيمة صفر والعكس اذا أخذت المتغيرات h_{1j} قيم موجبة فان المتغيرات g_{1j} المقابلة تأخذ القيمة صفر .

فاذا كانت $h_{1j} > 0$ ، $g_{1j} \geq 0$ فانه يمكن بيان أن هناك دائما حل مماثل ان لم يكن أفضل وذلك عن طريق انقاص g_{1j} ، h_{1j} بالمقدار h_{1j} فيصبح التغير h_{1j} مساويا للصفر بقاء $g_{1j} \geq 0$ ، ويمكن توضيح ذلك بمثال كما يلي :

نفرض أن $g_{1j} = 15$ ، $h_{1j} = 7$ فيكون الفرق $g_{1j} - 15$ ، $h_{1j} - 7$ في دالة الهدف أكبر دائما من حالة تخفيض كل من g_{1j} ، h_{1j} بالمقدار h_{1j} فيكون هذا الفرق في المثال السابق مساويا لـ $15 - 7$ وهو أكبر دائما من 8 في حالة التخفيض . ان نجد أن
$$7u_{1j} - 7v_{1j} + 8u_{1j} - 7v_{1j} = 15u_{1j} - 7v_{1j}$$

$$> 8u_{1j} \text{ since } 7(u_{1j} - v_{1j}) > 0$$

والمثل في حالة $g_{1j} > 0$ فإنه يمكن إيجاد حل مماثل أن
 لم يكن أفضل وذلك عن طريق انقاص h_{1j} ، g_{1j} بالقيمة g_{1j}
 ليصبح هذا المتغير الأخير مساوياً للصفر ، $h_{1j} > 0$ ، فإذا كان
 $h_{1j} = 10$ ، $g_{1j} = 8$ فإنه يمكن بيان أن :
 $h_{1j} > -2l_{1j} - 10$ ، $g_{1j} > 8$ وذلك كما يلي

$$8u_{1j} - 10l_{1j} = 8u_{1j} - 8l_{1j} - 2l_{1j}$$

$$> -2l_{1j} \text{ since } 8(u_{1j} - l_{1j}) > 0$$

ويمكن الوصول الى نفس النتيجة السابقة والخاصة بأن أحده
 المتغيرات h_{1j} ، g_{1j} سوف يأخذ القيمة صفر وذلك من طريق
 استخدام نظرية الركود المكثلة Complementary slackness (GST)
 إذ أنه في حالة تحقق $g_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن
 $u_{1j} = y_{1j}$ ، والتالى فإن $l_{1j} < -y_{1j}$ - (طالما أن الحد
 الأعلى u_{1j} أكبر من الحد الأدنى l_{1j}) والتالى يكون المتغير
 $h_{1j} = 0$ ، والمثل إذا كان $h_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن
 $l_{1j} = -y_{1j}$ ، والتالى $u_{1j} < y_{1j}$ الأمر الذى يؤدى الى أن
 يأخذ المتغير g_{1j} القيمة صفر .

ويتربط على أنه أما أن تأخذ المتغيرات g_{1j} أو h_{1j} القيمة
 صفر، الى النظر الى مجموعة القيود الخاصة بالأنشطة الخاصة بعكس
 الأعمال كما يلي :

* يرجع في الإثبات الى Complementary Slackness Th.

- أن $a_{1j} \geq f_{1j}$ أو أن $f_{1j} < a_{1j}$ على أن يعتبر المتغير g_{1j} بمثابة المتغير الراكه Slack variable ويعتبر المتغير h_{1j} على أنه المتغير الزائد Surplus variable.

- أنه في حالة $h_{1j} = 0$ كان معنى ذلك أن

$$g_{1j} = a_{1j} - f_{1j}$$

وأنه في حالة $g_{1j} = 0$ كان معنى ذلك أن

$$h_{1j} = f_{1j} - a_{1j}$$

وأنه في حالة $h_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن $0 < a_{1j} - f_{1j}$ ونفس حالة $g_{1j} > 0$ كان معنى ذلك أن $0 < f_{1j} - a_{1j}$ ، وبالتالي فإنه يمكن التعبير عن المتغيرات g_{1j} ، h_{1j} كما يلي :

$$g_{1j} = \max [0; a_{1j} - f_{1j}]$$

$$h_{1j} = \max [0; f_{1j} - a_{1j}]$$

فاذا نظرنا الى f_{1j} كما سبق أن ذكرنا على أنها تمثل التدفقا

المارة على السهم ($1j$) ، فإنه يكون من المنطقي النظر الى a_{1j} على أنها الطاقة الخاصة بالسهم ($1j$) وتكون بذلك g_{1j} بمثابة الطاقة الغير مستغلة على السهم ($1j$) و h_{1j} بمثابة التدفقات الزائدة عن الطاقة a_{1j} .

وحيث أن a_{1j} هو مقدار ثابت محدد مقدما كان معنى ذلك أن المتغير g_{1j} يكون خطيا في f_{1j} وذلك في المسمى $f_{1j} \leq a_{1j}$ بينما يكون المتغير h_{1j} خطيا في f_{1j}

ولكن في المدى $+\infty < f_{1j} < a_{1j}$ والتالي يمكن إعادة كتابة دالة الهدف للنموذج السابق لتصبح

$$\min z = TV + \sum_{(ij)} u_{1j} \cdot \max(0, a_{1j} - f_{1j}) \\ - \sum_{(ij)} l_{1j} \max(0, f_{1j} - a_{1j})$$

والتالي تكون دالة الهدف دالة خطية في حجم التدفقات z ودالة

خطية متقطعة Piece - Wise linear في f_{1j} .

فإذا كانت f_{1j} تعبر عن التدفقات f_{1j} التي هي

حدود الطاقة a_{1j} و f_{1j} تعبر عن التدفقات f_{1j} التي

تغزو الطاقة a_{1j} أي أن :

$$f_{1j} = f_{1j} \quad \text{for} \quad 0 \leq f_{1j} \leq a_{1j} \quad (1)$$

$$f_{1j} = f_{1j} \quad \text{for} \quad f_{1j} > a_{1j} \quad (2)$$

كان معنى ذلك أن :

$$f_{1j} = f_{1j}^{(1)} + f_{1j}^{(2)}$$

والتالي يمكن إعادة التعبير عن الحد الثاني والثالث في دالة

$$\sum_{(ij)} u_{1j} \cdot \max(0, a_{1j} - f_{1j}) = \sum_{(ij)} u_{1j} (a_{1j} - f_{1j}^{(1)}) \quad (1)$$

$$\sum_{(ij)} l_{1j} \cdot \max(0; f_{1j} - a_{1j}) = \sum_{(ij)} l_{1j} f_{1j}^{(2)} - \sum_{(ij)} u_{1j} f_{1j}^{(1)} + \text{constant}$$

يمكن التوذج التالى للشكلة محل الدراسة فى الشكل النهائى

$$\min z = TV - \sum_{(ij)} u_{1j} f_{1j}^{(1)} - \sum_{(ij)} l_{1j} f_{1j}^{(2)}$$

$$s.t. \quad + \text{Constant}$$

$$\sum_{j \in O_i} (f_{1j}^{(1)} + f_{1j}^{(2)}) - \sum_{j \in D_i} (f_{j1}^{(1)} + f_{j1}^{(2)}) = \begin{cases} v_i = 1 \\ 0, i \neq 1, n \\ -v_i = n \end{cases}$$

(1)

$$0 \leq f_{1j} \leq a_{1j}$$

(2)

$$0 \leq f_{1j} < +\infty$$

وبعد هذا العرض السابق فانه يمكن تلخيص ماسبق فيما يلي :

أن النموذج الخاص بالمشكلة يتمثل فيما يلي :

$$\text{maximize } z(T) = \sum_{(ij) \in A} a_{ij} y_{ij}$$

| | Dual Variables |
|-----------------------------|----------------|
| $i_1 - i_j + y_{ij} \leq 0$ | f_{ij} |
| $-i_1 + i_n \leq T$ | v |
| $y_{ij} \leq u_{ij}$ | g_{ij} |
| $-y_{ij} \leq -l_{ij}$ | h_{ij} |

وأن النموذج الخاص بالسألة الثانية بعد التعبير عن المتغيرات g_{ij} و h_{ij} بقيمتها يأخذ الشكل التالي :

$$\text{minimize } Tc - \sum_{(ij)} (u_{ij} f_{ij}^{(1)} + l_{ij} f_{ij}^{(2)}) + \text{const}$$

$$\sum_{j \in d(i)} (f_{ij}^{(1)} + f_{ij}^{(2)}) - \sum_{j \in \bar{d}(i)} (f_{ji}^{(1)} + f_{ji}^{(2)}) = \begin{cases} v, & i = 1 \\ 0, & i \neq 1, n \\ -v, & i = n \end{cases}$$

$$0 < f_{ij}^{(k)} < a_{ij}^{(k)}, \quad k = 1, 2, \text{ all } (ij) \in A$$

ويمكن تطبيق ذلك على المثال السابق ليصبح النموذج الثانی
كما فی الصفحة التالية :

$$\min z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + T_1 T_2 + T_2 T_3 + 4 T_3 T_4 + 2 T_4 T_5 + 6 T_5 T_6 - 2 T_6 T_7 - 2 T_7 T_8$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

$$x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

Dual

$$u_1 = 0$$

$$u_2 = 0$$

$$u_3 = 0$$

$$u_4 = 0$$

$$v_1 = 3$$

$$v_2 = 1$$

$$v_3 = 1$$

$$v_4 = 1$$

$$v_5 = 3$$

$$\begin{aligned} & -h_{12} \\ & -h_{13} \\ & -h_{23} \\ & -h_{24} \\ & -h_{34} \end{aligned}$$

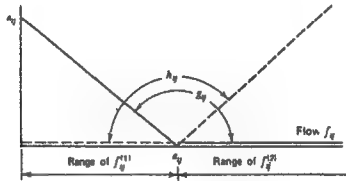
ورغم اختفاء المتغيرات g_{1j} و h_{1j} من النموذج التفاضلي
الا أنها موجودين بطريقة غير مباشرة ، بل انه من دراسة العلاقة بين
النموذج الرئيس والنموذج التفاضلي يتبين مجموعة من الحقائق التي سبق
شرحها والتي نوجزها فيما يلي :

١ - أن أخذ المتغير g_{1j} لقيمة موجبة أى $g_{1j} > 0$ يعنى مايلي :

- أن $h_{1j} = 0$.

- $u_{1j} = v_{1j}$ من نظرية الركود المكلدة (GST).

- أن قيمة g_{1j} تثل المجال range الخاص بالمتغير
(١) f_{1j} شكل (٣/٤)



شكل (٣/٤)

كما أننا يمكن أن نستنتج مباشرة من تطبيق نظرية الركود
المكلدة (GST) مايلي :

$$\text{if } t_1 - t_j + u_g < 0 \Rightarrow f_g^{(1)} = 0;$$

$$\text{if } 0 < f_g^{(1)} < a_g \Rightarrow t_1 - t_j + u_g = 0$$

بالتالى اذا عبرنا عن المقدار $t_1 - t_j + u_{1j}$ بالرمز s_{1j}
أى أن :

$$s_{1j}^{(1)} \triangleq t_1 - t_j + u_g$$

كان معنى ذلك أن التدفقات $f_{1j}^{(1)}$ يسمح لها أن تأخذ قيم موجبة إذا ما أخذ المتغير $s_{1j}^{(1)}$ القيمة صفر .

$f_{1j}^{(1)} > 0$ is permissible only if $s_{1j}^{(1)} = 0$

٢- أن أخذ المتغير h_{1j} القيم موجبة أى $h_{1j} > 0$ يعنى مايلى :

- أن $s_{1j} = 0$

- أن $y_{1j} = l_{1j}$

(2) - أن قيمة h_{1j} تمثل المجال range الخاص بالمتغير f_{1j} شكل (٣/٤) .

وبالمثل يمكن أن نستنتج باعارة من نظرية الركوند المكلمة (GST) مايلى :

if $t_1 - t_j + l_{1j} < 0$ $f_{1j}^{(2)} = 0$

if $f_{1j}^{(2)} > 0 \implies t_1 - t_j + l_{1j} = 0$

واذا عبرنا عن المقدار $t_1 - t_j + l_{1j}$ بالرمز $s_{1j}^{(2)}$ أى أن

$s_{1j}^{(2)} = t_1 - t_j + l_{1j}$

كان معنى ذلك أن التدفقات $f_{1j}^{(2)}$ يسمح لها أن تأخذ قيم موجبة إذا ما أخذ المتغير $s_{1j}^{(2)}$ القيمة صفر .

$f_{1j}^{(2)} > 0$ is permissible only if $s_{1j}^{(2)} = 0$,
and $f_{1j}^{(1)} = a$

وبالتالى فان تحديد التدفقات المارة من نقطة البداية الى نقطة
النهاية والشكل الذى يودى الى تدنية قيمة دالة الهدف يقتضى
السماح للتدفقات $f_{1j}^{(1)}$ أن تأخذ قيم موجبه بالنسبة للانشطة التى
تساوى أوقاتها بالحدود القصوى المسموح بها أى $y_{1j} = u_{1j}$
وأن يسمح للتدفقات $f_{1j}^{(2)}$ أن تأخذ قيم موجبه بالنسبة للانشطة التى
تساوى أوقاتها بالحدود الدنيا المسموح بها أى $y_{1j} = l_{1j}$ ويكون
ذلك أى $f_{1j}^{(2)} > 0$ بالنسبة للاسهم التى يتحقق عندها التساوى
ما بين $f_{1j}^{(1)}$ و a_{1j} .

وبالتالى يتم احلال كل سهم من أسهم شبكة الأعمال والذي له
تكلفة حدية محدودة a_{1j} بسهمين الأول له طاقة قدرها a_{1j} والثانى
له طاقة غير محدودة .

وطالما أن التدفقات المدفوعة من حدث البداية الى حدث النهاية .

$$U = \sum_{j \in G(1)} f_{1j} = \sum_{i \in G(n)} f_{i1}$$

فانه يمكن تقسيم التدفقات المارة هذه من نقطة البداية الى نقطة
النهاية بالتدفقات $f_{1j}^{(1)}$ المارة على الأسهم ذات الطاقة القصوى
 a_{1j} والتدفقات $f_{1j}^{(2)}$ المارة على الاسهم ذات الطاقة غير
المحدودة ، وذلك بالشكل الذى يحقق شروط الأمثلية السابق بيانها .
ويكون السؤال هنا كيف يمكن تحديد قيم هذه التدفقات السابقة

لجميع الاوقات T الواقعة ما بين الحد الأدنى والحد الأقصى أى
لجميع

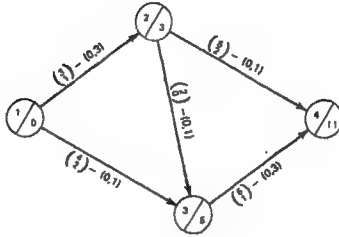
$$T \in [T, \bar{T}]$$

يتم ذلك فى الخطوات الثلاث الآتية :

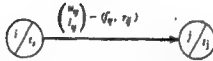
(١) تحديد مدى إمكانية تقليل وقت تنفيذ المشروع لكن يتم فى الوقت
 • علماً بأن $T < \bar{T}$ •

(٢) ترميز labeling الأنشطة التى تسبب اقل زيادة فى التكاليف
 فى حالة الرغبة فى الاسراع فى تنفيذها •

(٣) اجراء التخفيض فى وقت المشروع • يتم ذلك عن طريق نظام
 نرى يقوم بتحديد التغيرات التى تحدث فى وقت تحقيق
 الحلقات (الأحداث) the node time change
 subroutine وسوف يتم شرح هذه الخطوات على شبكة
 الأمال فكل (٤/٤) •



The Network



شكل (٤ / ٤)

الخطوة الاولى : التحقق من مدى امكانية تقليل وقت تنفيذ المشروع:

Determining the feasibility of $T \leq T_c$:

اذ لا يمكن تحقيق أى تخفيض فى وقت تنفيذ المشروع اذا ما كان الوقت الخاص بتنفيذ جميع الانشطة الحرجة للمشروع عند حدودها الدنيا، ويكون ذلك صحيحا اذا ما كان من الممكن دفع تدفقات قدرها (∞) على السار الحرج من حدث البداية الى حدث النهاية أى أنه $x_{ij}^{(2)} > \infty$ وتأخذ قيمة لانهاية (∞) وهذه الاغيرة تعنى أن $s_{ij}^{(2)} = 0$ على جميع الأنشطة الحرجة أى يتم تنفيذ جميع الأنشطة الحرجة عند حدودها الدنيا والتالى لاجال امكانية تخفيض وقت المشروع

breakthrough والتالى لا يكون هناك مجال لتحقيق سوى تخفيض اضافى فى وقت تنفيذ المشروع .

واذا انتهت عملية الترميز بالحالة الأولى - حالة عدم الانجاز - فيقتضى الامر البحث عن الأنشطة التى يمكن تخفيض وقت تنفيذها بحيث تكون الزيادة فى التكاليف أقل ما يمكن ، وهو ما سيتم فى الخطوة الثانية .

وقبل الانتقال الى الخطوة الثانية نبين تطبيق الخطوة الأولى على المثال فنجد أن :

$$s_{12}^{(2)} = 0 - 3 + 1 < 0$$

$$s_{13}^{(2)} = 0 - 5 + 2 < 0$$

الأمر الذى يعنى عدم إمكانية دفع تدفقات مقداره ١٥ ، أى أن هناك مجال لتخفيض وقت تنفيذ المشروع عن الوقت الحالى وهو ١١ يوما .

الخطوة الثانية: ترميز الأنشطة التى تحبب أقل زيادة فى التكاليف :

Labeling for Minimum-Cost Activities Subroutine:

١ - تبدأ الأنشطة بوقت يمثل حدها الأقصى ، كما تبدأ بعدم وجود أى تدفقات ، أى أن :

$$x_{1j} = u_{1j} \quad , \quad f_{1j} = 0 \quad \forall (1, j)$$

٢ - يتم ترميز الحلقات وذلك كما يلى :

١/٢ - ترمز الحلقة (١) دائماً بـ $(0, \infty)$

٢/٢ - بالنسبة لأي حلقة 1 تم ترميزها * نقوم بترميز الحلقات
ج المتصلة بها في الاتجاه لـ ذوقنا للحالتين التاليتين:

$$1/2/2 - \text{إذا كانت } s_{1j}^{(1)} = 0, r_{1j} < a_{1j}$$

ففي هذه الحالة يتم ترميز ج بـ $(q_j, 1)$
أي يمكن دفع التدفقات q_j من الحلقة 1 وتحدد
 q_j كما يلي :

$$q_j = \min(q_1, r_{1j}), r_{1j} = a_{1j} - r_{1j}^{(1)}$$

اذ يتحدد الحد الاقصى للتدفقات الممكن دفعها في ضوء التدفقات
التي تم دفعها الى الحلقة 1 وهي q_1 ، وفي ضوء ما يمكن
دفعه على النشاط (ij) والذي يتمثل في المتبقى من الطاقة
 a_{1j} بعد طرح التدفقات الموجودة $r_{1j}^{(1)}$

$$2/2/2 - \text{إذا كانت } s_{1j}^{(2)} = 0$$

وفي هذه الحالة يتم ترميز الحلقة ج بـ $(q_j, 1)$ ،
حيث $q_j = q_1$ ، اذ في هذه الحالة الأخيرة يمكن دفع
أي كمية على النشاط (ij) ، وبالتالي تتوقف q_j
نقط على الناتج من تدفقات لدى الحلقة 1 والتي يمكن
بالتالي دفعها الى الحلقة ج .

٣/٢ بالنسبة لأي حلقة ج تم ترميزها فالتا نقوم بترميز الحلقات
1 المتصلة بالحلقة ج في الاتجاه لـ ذوقنا ، أي في

هذه الحالة تم تمييز الحلقة j بالقيمة q_j علماً بأن
الحلقة 1 السابقة على الحلقة j لم يتم تمييزها، ويتم
هذا التمييز للحلقة 1 كما يلي :

$$\begin{matrix} (1) \\ s_{1j} = 0 \end{matrix} \quad \text{إذا كانت}$$

ففي هذه الحالة يتم تمييز الحلقة 1 بـ (q_1, j)

$$q_1 = \min (q_j, x_{1j}^{(1)}) \quad \text{حيث } q_1 \text{ تساوي}$$

$$\begin{matrix} (2) \\ s_{1j} = 0 \end{matrix} \quad \text{إذا كانت}$$

ففي هذه الحالة يتم تمييز الحلقة 1 بـ (q_1, j) حيث

$$q_1 = \min (q_j, x_{1j}^{(2)}) \quad \text{حيث } q_1 \text{ تساوي}$$

ويؤدي هذا التمييز العكس للحلقة 1 من الحلقة j إلى
إعادة رد بعض التدفقات التي كان قد سبق دفعها على السهم $(1, j)$
عندما كان جزءاً من السار الحرج السابق .

ونستمر في عملية التمييز حتى نصل إلى أحد الحالات الثلاث التالية
- انجاز الحلقة n بتدفقات q_n

Breakthrough to n with finite q_n

ومعنى هذا إلى إمكانية دفع التدفقات q_n من حدث البداية إلى
حدث النهاية على مسار يطلق عليه مسار زيادة التدفقات
flow augmenting path

والتالى يتم تعديل الطاقة المتبقية ويتم شطب الترميزات السابقة
ماعددا الحلقات التى تم ترميزها بـ ∞ ثم نعود الى تكرار عمليات
الترميز وفقا للتدفقات الجديدة .

— انجياز الحلقة n بتدفقات لانهاية $q_n = \infty$

Breakthrough to n with $q_n = \infty$

وهنا يتم التوقف حيث لا يمكن اجراء أى مزيد من التخفيض فى وقت
تنفيذ المشروع .

— عدم تحقيق انجياز Nonbreakthrough condition

وفى هذه الحالة تنتقل الى الخطوة الثالثة فى برنامج الحل .
وعادة ما نصل الى حالة عدم الانجاز هذه بعد تحقق عدة انجازات للحلقة
 n بتدفقات محدودة q_n . وتؤدى حالة عدم الانجاز هذه الى تحديد
مجموعة الأنشطة الفاصلة (cutset) G والنسب تصل مجموعة
الحلقات المرتبطة عن مجموعة الحلقات غير المرتبطة .

ويمكن بيان كيفية تطبيق هذه الخطوة على المثال السابق كما يلى :

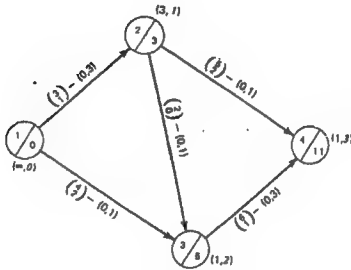
(1) $s_{12} = 0$, $f_{12}^{(1)} = 0$ — والتالى يتم ترميز الحلقة (2)
بـ (3 , 1) إذ أن $r_{12} = 3$.

(2) $s_{13} < 0$ والتالى $s_{13}^{(2)} < 0$ أى لا مجال لترميز الحلقة (3)
من الحلقة (1) .

(3) $s_{23}^{(1)} = 0$ $f_{23}^{(1)} = 0 < 1$ -
 (1, 2) -

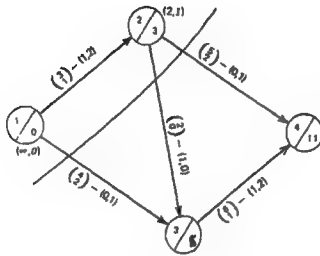
(1)
 أي عدم إمكانية ترميز (4) من (2) . $s_{24}^{(1)} = 0$ -

(1)
 أي يتم ترميز الحلقة الرابعة - (1, 3) وذلك $s_{34}^{(1)} = 0$ -
 كما في الرسم .



شكل (٥ / ٤)

يتم بعد ذلك تعديل الطاقة الفائضة على كل تقاطع
 residual capacity ثم تكرر عملية الترميز ، والتي انتهت
 في المثال السابق بحالة عدم انجاز وذلك كما في شكل (٦ / ٤) .



شكل (٦ / ٤)

وتتكون بذلك المجموعة الفاصلة من الأنظمة (2,3) (2,4)
 (1,3) أي أن :

$$G = \{(1,3), (2,3), (2,4)\}$$

الخطوة الثالثة : النظام الفرعي الخاص بتغيير وقت تحقق الحلقات :

The Node Time-Change Subroutine :

يتم تطبيق هذا النظام الفرعي في حالة عدم تحقق أي انجـاز
 non breakthrough ، أي في حالة عدم إمكان دفع تدفقات من
 حدث البداية إلى حدث النهاية ، إذ يتم في هذه الحالة تقسيم حلقات
 شبكة الأعمال إلى حلقات تم تمييزها وحلقات لم يتم تمييزها وتكون المجموعة

الفاصلة هي مجموعة الانشطة الواصلة ما بين هذه الحلقات التي تسمى ترميزها وتلك التي لم يتم ترميزها وذلك كما في شكل (٦/٤) . وتحتوى كذلك على مجموعتين من الانشطة z_1, z_2 حيث تعتبر z_1 عن الانشطة (١ج) الواصلة بين الحلقات ١ التي تم ترميزها والحلقات ج التي لم يتم ترميزها ويتم ذلك في الاتجاه $1 \rightarrow j$ وتكونون $s_{1j}^{(k)} < 0$ حيث $k = 1, 2$ أي أن

$$z_1 = \left\{ (1j) : i \text{ labeled , } j \text{ not labeled } \right. \\ \left. s_{1j}^{(k)} < 0 \right\}$$

وتعتبر z_2 عن الانشطة (١ج) الواصلة بين الحلقات التي لم يتم ترميزها والحلقات ج التي تم ترميزها وتكونون $s_{1j}^{(k)} > 0$ أي أن $k = 1, 2$:

$$z_2 = \left\{ (1j) : i \text{ not labeled , } j \text{ labeled , } \right. \\ \left. s_{1j}^{(k)} > 0 \right\}$$

وتم استبعاد حالة $s_{1j} = 0$, $k = 1, 2$

يتم حساب δ_1 , δ_2 , δ كما يلي :

$$\delta_1 = \min_{z_1} (- s_{1j}^{(k)})$$

$$\delta_2 = \min_{z_2} (s_{1j}^{(k)})$$

$$\delta = \min (\delta_1 , \delta_2)$$

على أن يتم تخفيض وقت تحقق الحلقات التي يتم ترميزها بالتقدير δ أي تغير $\{t_j\}$ لتصبح $\{t_j - \delta\}$ ثم يتم عطف عمليات الترميز

السابقة كلها باستثناء تلك التي تم تمييزها بالقدر ∞ ، وعلى أن
تعود الى الخطوة الثانية وهكذا حتى يتم التحليل .

ويمكن توضيح هذا النظام القوي لتغيير وقت تحقق الحلقات
فيما يلي :

- تعبر المجموعة Z_1 عن الانشطة (1j) الواصلة بين كل الحلقات
j التي لا يمكن دفع تدفقات اليها عن طريق الحلقات 1 التي تم
تمييزها وذلك بسبب أن $s_{1j}^{(k)} < 0$ أي أن :

$$0 < t_1 - t_j + u_{1j} , t_1 - t_j + l_{1j} < 0 \text{ أي أن:}$$

$$t_1 + l_{1j} < t_j , t_1 + u_{1j} < t_j$$

وبالتالي يتم تحديد $s_1^{(k)}$ ليشكل أقل وقت يلزم لانقاص وقت
تحقق الحدث j بحيث تصبح $s_{1j}^{(k)} = 0$ وبالتالي امكان دفع تدفقات
من j —> 1 وهنا اذا كانت s_1 خاصة بـ $s_{1j}^{(1)}$ كان معناه
أن النشاط (1j) سوف يصبح نشاطا حرجا عند حده الأعلى u_{1j}
واذا كانت s_1 خاصة بـ $s_{1j}^{(2)}$ كان معناه أن النشاط (1j)
سوف يضط الى حده الأدنى l_{1j} .

- تعبر المجموعة Z_2 عن الانشطة الواصلة بين الحلقات 1 السابقة على
الحلقات j التي تم تمييزها رغم عدم تمييز الاحداث 1 والتي يمكن رد
بعض الوقت الى هذه الانشطة ، اذ لم يجد هناك حاجة الى التسرع
في تنفيذها . ويرجع ذلك الى أن $s_{ij}^{(k)} > 0$ أي أن

$$t_1 - t_j + 1_{1j} > 0, \quad t_1 - t_j + u_{1j} > 0 \quad \text{أي أن}$$

$t_1 + 1_{1j} > t_j$, $t_1 + u_{1j} > t_j$
 وبالتالي يتم تحديد s_2 لتصل أقل وقت يمكن زيادته على
 النشاط 1 وذلك عن طريق انقاص وقت تحقق الحلقة 1 بحيث
 يصبح الفرق بين t_1, t_j مساويا لما u_{1j} فعمل التفاد إلى
 حده الأعلى أو ليصبح الفرق بين t_1, t_j مساويا حده الأدنى
 $s_{1j}^{(1)}$. ويتوقف ذلك على ما إذا كانت s_2 خاصة بـ $s_{1j}^{(2)}$
 أو $s_{1j}^{(2)}$.

- وتحدد s_6 بأقل وقت يلزم لتحويل سار عليه فاعلى إلى مسار
 خرج عند حده الأعلى أو ضغط مسار إلى حده الأدنى أو إعادة رد وقت
 على أحد المسارات التي سبق ضغطها ويتم ذلك على المثال السابق
 كما يلي :

$$C = \{ (1,3), (2,3), (2,4) \}$$

وحيث أنه تم ترميز الحلقات $1, 2$ ولم يتم ترميز $3, 4$ وحيث
 أن جميع الأسهم في الاتجاه $1 \rightarrow 2$ حيث 1 حلقة تم ترميزها
 و 2 حلقة لم يتم ترميزها ، كان معنى ذلك أن $z_1 = 4$ ، $z_2 = 0$
 وحيث أن :

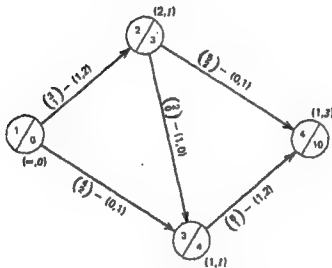
$$s_{13}^{(1)} = 0 - 5 + 4 = -1 \xrightarrow{(2)} s_{13}^{(2)} < 0$$

$$(1) \quad s_{23} = 3 - 5 + 2 = 0, \quad (2) \quad s_{23} = 3 - 5 + 0 = -2 < 0$$

$$(1) \quad s_{24} = 3 - 11 + 5 = -3 < 0$$

$$\therefore s_1 = \min(-(-1), -(-2), -(-3)) = 1$$

والتالي يتم تخفيض أوقات الحلقات 3, 4 لتصبح قيمتها 10, 4 على التوالي. يتم ترميز الحلقة 3 من الحلقة 2
 إذ أن $s_{23}^{(2)} < 0$ كما أن $s_{13}^{(1)}$ خاصة وذلك كما في شكل (٧/٤)



شكل (٧ / ٤)

كما يتم ترميز الحلقة 4 من الحلقة 3

وتمثل الخطوات الثلاث السابقة اتمام مرحلة كاملة للانتقال من

11 يوما الى 10 يوما ونكرر نفس هذه الخطوات للانتقال من 10 أيام الى 10 أيام الى أن نصل الى أقل حد يمكن لتنفيذ المشروع وسوف نقوم بتطبيق ذلك على المثال السابق كما يلي :

المرحلة الثانية T=10 :

بالنظر الى شكل ٧/٤ نجد أن :

$$s_{12}^{(1)} = 0 - 3 + 3 = 0, (r_{12} = 2)$$

وهذا يعنى ترميز الحلقة (2) بـ (2,1)

$$s_{13}^{(1)} = 0 - 4 + 4 = 0, (r_{13} = 1)$$

هذا يعنى ترميز الحلقة (3) بـ (1,1)

$$s_{24}^{(1)} = 3 - 10 + 5 < 0, s_{34}^{(1)} = 4 - 10 + 6 = 0;$$

(r₃₄ = 2)

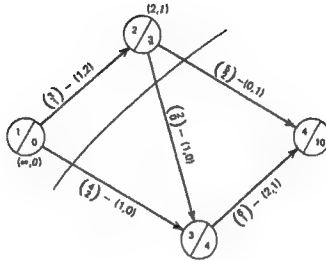
وهذا يعنى ترميز الحلقة 4 بـ (1,3) حيث نلاحظ أن r_4

هى الأقل ما بين r_3 و r_{34} أى يتم انجاز الحلقة الرابعة حيث

تكون $r_4 = 1$. يتم شطب جميع الرموز الخاصة بالشبكة ماعدا الحلقة

(1) التى تم ترميزها بـ ∞ ثم نبدأ عملية الترميز مرة أخرى . وذلك كما فى

شكل (٨/٤) ، حيث يتم ترميز الحلقة (2) بـ (2,1) .



شكل (٨ / ٤)

(1)
 $s_{12} = 0 - 3 \cdot +3 = 0$, $(x_{12} = 2)$ حيث نجد أن
 الا انه لا يتم ترميز الحلقة (3) حيث أن $s_{13}^{(1)} = 0$ ولكن الطاقة
 $x_{13} = 0$ ، كما نجد أن $s_{23}^{(2)} > 0$ • $s_{23}^{(1)} < 0$ أي لا يمكن ترميز
 الحلقة (3) من الحلقة (2) • كما لا يمكن ترميز الحلقة (4)
 من الحلقة (2) حيث أن $s_{24}^{(1)} , s_{24}^{(2)} < 0$

وبالتالي تنتهي عملية الترميز هذه ، بعدم تحقق انجاز وبالتالي ننتقل الى الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث نجد أنه تم ترميز الحلقة (2) ، (1) دون الحلقة

(4) (3) والتالى تكون

$$C = \{ (1,3) , (2,3) , (2,4) \}$$

كما أن $z_2 = \phi + z_1 = C$ والتالى لحساب b_1 نحسب
بالمى :

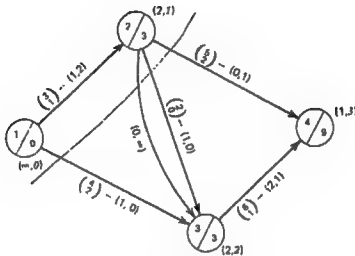
$$s_{13}^{(1)} = 0 , s_{13}^{(2)} = 0 - 4 + 2 = -2 < 0$$

$$s_{23}^{(2)} = 3 - 4 - + 0 = -1 < 0$$

$$s_{24}^{(1)} = 3 - 10 + 5 = -2 < 0$$

$$\Rightarrow b_1 = \min \{ -(-2), -(-1), (-2) \} = +1$$

وتكون b_1 خاصة بالنشاط 3-2 والتالى تخفى t_3
لتصبح مساوية 3 و t_4 لتصبح مساوية 9 . ونظرا لأن مصدر
 b_1 هو $s_{23}^{(2)}$ كان معنى هذا أن النشاط 3-2 قد وصل الى حده
الأدنى ، والتالى يتم رسم سهم جديد للنشاط 3-2 ليصبح بمسار
التدفقات $f_{1j}^{(2)}$. وذلك كما فى شكل (١/٤) .



شكل (١/٤)

المرحلة الثالثة ٩ = ٣ :

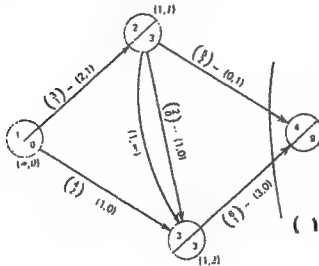
يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (2 , 1) حيث أن $s_{12}^{(1)} = 0$ ، $x_{12} = 2$ ، أما بالنسبة للحلقة (3) فلا يتم ترميزها من الحلقة (1) حيث أن $s_{13}^{(1)} > 0$ ، $s_{13}^{(2)} < 0$ ، على أنه يمكن ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) بالرمز (2 , 2) حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ ، يتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (3) بالرمز (1 , 3) حيث أن $s_{34}^{(1)} = 0$ وذلك كما في شكل (١/٤) .

أي تنتهي الخطوة الثانية بتحقيق انجاز الى الحلقة الرابعة

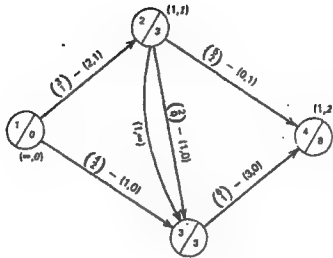
بالقيمة 1. * وبالتالي يتم تعديل التدفقات كما في شكل (١٠/٤) .
ثم نعيد عملية الترميز حيث يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز $(1, 1)$ حيث أن $s_{12}^{(1)} = 0$ * $r_{12} = 1$ وكذا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) بالرمز $(1, 2)$ حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ اما الحلقة الرابعة فلا يمكن ترميزها وبالتالي نصل الى حالة عدم انجاز كما في شكل (١٠/٤) وبالتالي تنتقل الى الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث تم ترميز الحلقات (1), (2), (3) * دون الحلقة (٤) وبالتالي تكون

$$G = \{ (2, 4), (3, 4) \} \text{ و } Z_2 = \emptyset$$

وتكون $b_1 = 1$ حيث أن $s_{24}^{(1)} = -1$, $s_{34}^{(2)} = -5$ * ونخص b_1 النشاط $4 \rightarrow 2$ حيث يصبح نشاطا حرجا عند حده الأعلى $5 = u_{24}$ * ويتم تعديل وقت تحقق الحلقة (4) لتصبح 8 وذلك كما في شكل (١١/٤) .



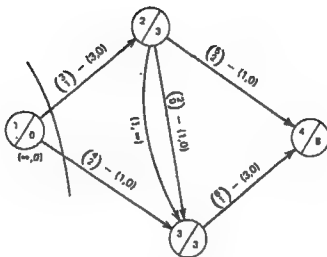
شكل (١٠ / ٤)



شكل (١١ / ٤)

المرحلة الرابعة $T = 8$:

يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1, 1) حيث أن $s_{12}^{(1)} = 0$ ، $r_{12} = 1$ ، ولا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) إذ أن $s_{13}^{(1)} > 0$ ، $s_{13}^{(2)} < 0$ ، إلا أنه يتم ترميز (4) من (2) بالرمز (1, 2) حيث أن $s_{24} = 0$.
 وهذا يتحقق إنجاز للحلقة الرابعة بالقيمة $\phi_4 = 1$ ، فتم تعديل التدفقات وذلك كما في شكل (١٢ / ٤) ثم نعيد عملية الترميز إذ نجد



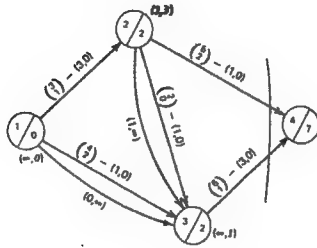
شكل ١٢/٤

عدم إمكانية ترميز (2) من (1) حيث أن :
 $s_{12}^{(1)} = 0$ إلا أن $x_{12} = 0$ كما أن $s_{12}^{(2)} < 0$ وبالمثل
 لا يتم ترميز (3) من (1) • إذ أن $s_{13}^{(2)} < 0$ • وبالتالي
 نصل إلى حالة عدم انجاز كما في شكل ١٢/٤ • وبالتالي ننتقل إلى
 الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات
 حيث تم ترميز الحلقة (1) ولم يتم ترميز الحلقة (2) • (3)

$$Z_2 = \phi \quad , \quad \mathcal{C} = \{ (1,2) , (1,3) \}$$

وتكون $s_1 = 1$ حيث أن $s_{12}^{(2)} = -2$ • $s_{13}^{(2)} = -1$ ونعني

٦ النشاط 3 → 1 الذي يصل الى حده الأدنى والتالى نفسه.
 سيم آخر يسمح بمرور التدفقات $f_{13}^{(2)}$ كما فى شكل (١٣/٤).



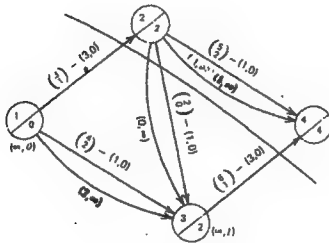
شكل (١٣/٤)

المرحلة الخامسة 7 : T =

لا يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) حيث أن
 $s_{12}^{(2)} < 0$ ، بينما يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1)
 بالرمز (1 , ∞) حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ ويتم ترميز الحلقة
 (2) من (3) بالرمز (1, 3) إذ أن $s_{23}^{(2)} = 0$ فيتم رد
 التدفقات السابقة $f_{13}^{(2)}$ إذ أن $q_2 = \min(q_3, f_{23})$ أى أن

المرحلة السادسة T=4 :

يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) بالرمز $(\infty, 1)$
 حيث أن $S_{13}^{(2)} = 0$ وكذا يتم ترميز (2) من (3) بالرمز $(1, 3)$
 حيث أن $S_{23}^{(2)} = 0$ وأخيرا يتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (2)
 بالرمز $(1, 2)$ حيث أن $S_{24}^{(2)} = 0$ أي يتم انجاز الحلقة الرابعة
 بالقيمة $q_4 = 1$ ، فتم تعديل التدفقات وذلك كما في شكل (١٥ / ٤)
 ، ثم نعيد الترميز حيث يتم ترميز (3) من (1) بالرمز $(\infty, 1)$



شكل (١٥ / ٤)

دون إمكانية ترميز الحلقة (2) ، (4) ، وبالتالي تنتقل إلى

الخطوة الخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث

$$Z = \{(1,2), (2,3), (3,4)\} , Z_1 = \{(1,2), (3,4)\}$$

$$Z_2 = \{(2,3)\}$$

وتكون $\delta_1 = 1$ حيث أن $s_{12}^{(2)} = -1$ ، $s_{34}^{(2)} = -1$ أى

يصل وقت التنفيذ النشاطين $1 \rightarrow 2$ ، $4 \rightarrow 3$ الى الحد الأدنى

وتكون $\delta_2 = 2$ حيث $s_{23}^{(2)} = 2$

وبالتالى تكون $\delta = 1$ حيث أن

$$\delta = \min (\delta_1 , \delta_2) = 1$$

يتم تعديل وقت تحقق الحلقة (2) ليصبح مساويا واحد وكذا

تحقق الحلقة (4) ليصبح مساويا 3 وذلك كما فى شكل ١٦/٤ .

المرحلة السابعة T=3 :

يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1 , ∞)

حيث أن $s_{12}^{(2)} = 0$ وكذا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1)

بالرمز (1 , ∞) حيث أن $s_{23}^{(2)} = 0$ وأخيرا يتم ترميز الحلقة (4) من

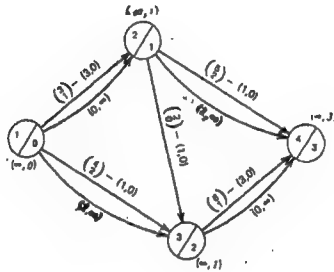
الحلقة (3) بالرمز (3 , ∞) حيث أن $s_{34}^{(2)} = 0$. بمعنى

هذا انجاز الحلقة الرابعة بالقيمة $\rho_n = \infty$ وبالتالي عدم امكانية

تحقيق أى تخفيضات جديدة فى وقت تنفيذ المشروع . ويمكن تلخيص النتائج

السابقة فى جدول (٢/٤) التالى .

كما يمكن بيان الدالة المعبرة عن العلاقة بين الوقت والتكلفة كما في شكل (١٦/٤) والتي تبين أن أقل وقت لتنفيذ المشروع هو 3 وتكون التكلفة المقابلة 27



شكل (١٦/٤)

ونلاحظ هنا أن انقاص وقت تنفيذ المشروع لابد وأن يتم من طريق تغيير المسار أو المسارات الحرجة ، إلا أن تغيير المسار أو المسارات الحرجة لا يعنى تقليل وقت تنفيذ كل أو بعض أنشطة المشروع ، فقد يحدث زيادة في بعض أنشطة المشروع في الوقت الذي يحدث فيه

تقليل وقت تنفيذ المشروع ، وذلك كما حدث بالنسبة للنقاط (2,3)
في المثال السابق اذ تم انقاذه من 2 الى 0 ثم بقي على ذلك
عدة محاولات ثم تم زيادته مرة أخرى الى 1 . و يرجع ذلك الى
انقاص أكثر من نشاط على المسار الحرج ففى نفس الوقت ، الأمر
الذى يؤدى الى انقاص المسار الحرج بـ 2 ك بدلا من 5 ، وبالتالى
تتاح الفرصة الى إعادة رد بعض الوقت الى بعض الأنظمة التى سبق
تقليل وقت تنفيذها ، وطبيعة الحال يتم الرد بالنسبة للأنشطة الأكثر
تكلفة حتى يمكن احداث أكبر تخفيض ممكن فى النفقات .

٦- تأريخين :-

١ - اذا توافرت البيانات التالية لشبكة أعمال ما .

| النشاط | li | uj | nij |
|----------|----|----|-----|
| (١, ٢) | 4 | 6 | 8 |
| (١, 3) | 4 | 8 | 9 |
| (١, 4) | 3 | 5 | 3 |
| (2, 4) | 3 | 3 | ∞ |
| (2, 5) | 3 | 5 | 4 |
| (3, 6) | 8 | 12 | 20 |
| (4, 6) | 5 | 8 | 5 |
| (5, 6) | 6 | 6 | ∞ |

المطلوب : ١ - رسم شبكة الاعمال

٢ - بيان دالة التكاليف المثلى الخاصة بوقت تنفيذ المشروع

ابتداءً من الوقت المعتدل ونزولا الى الوقت المضغوط

٢ - اذا توافرت البيانات لشبكة اعمال ما :-

| النشاط | $11j$ | $u1j$ | $a1j$ |
|----------|-------|-------|-------|
| (1, 2) | 2 | 10 | 2 |
| (1, 3) | 5 | 7 | 5 |
| (1, 4) | 3 | 9 | 1 |
| (2, 3) | 1 | 5 | 5 |
| (2, 4) | 4 | 10 | 4 |
| (2, 5) | 4 | 8 | 2 |
| (3, 5) | 6 | 9 | 9 |
| (4, 5) | 3 | 6 | 8 |

المطلوب / -

١ - رسم شبكة الاعمال .

٢ - ما هي الزيادة في التكاليف اللازمة لخفض وقت المشروع من 17

يوماً الى 13 يوماً .

Appendix The Cumulative Normal Distribution Function†



| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| .0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5358 |
| .1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| .2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| .3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| .4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| .5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7122 | .7157 | .7190 | .7224 |
| .6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| .7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7703 | .7734 | .7764 | .7794 | .7825 | .7855 |
| .8 | .7885 | .7915 | .7945 | .7975 | .7995 | .8025 | .8055 | .8079 | .8108 | .8136 |
| .9 | .8166 | .8193 | .8219 | .8246 | .8271 | .8296 | .8320 | .8344 | .8368 | .8391 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8529 | .8551 | .8572 | .8593 | .8613 |
| 1.1 | .8633 | .8653 | .8673 | .8691 | .8709 | .8729 | .8749 | .8768 | .8786 | .8805 |
| 1.2 | .8824 | .8843 | .8861 | .8879 | .8897 | .8915 | .8932 | .8949 | .8967 | .8984 |
| 1.3 | .8999 | .9015 | .9032 | .9049 | .9065 | .9081 | .9097 | .9112 | .9128 | .9143 |
| 1.4 | .9158 | .9174 | .9189 | .9205 | .9220 | .9235 | .9250 | .9265 | .9280 | .9295 |
| 1.5 | .9309 | .9324 | .9340 | .9354 | .9369 | .9383 | .9398 | .9413 | .9427 | .9441 |
| 1.6 | .9455 | .9469 | .9483 | .9497 | .9511 | .9525 | .9539 | .9553 | .9567 | .9581 |
| 1.7 | .9594 | .9608 | .9621 | .9635 | .9648 | .9661 | .9675 | .9688 | .9699 | .9713 |
| 1.8 | .9726 | .9738 | .9750 | .9761 | .9772 | .9783 | .9794 | .9805 | .9816 | .9826 |
| 1.9 | .9836 | .9846 | .9856 | .9866 | .9876 | .9886 | .9896 | .9905 | .9915 | .9924 |
| 2.0 | .9934 | .9943 | .9952 | .9960 | .9969 | .9977 | .9984 | .9990 | .9996 | .9999 |
| 2.1 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.2 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.3 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.4 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.5 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.6 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.7 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.8 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 2.9 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.0 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.1 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.2 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.3 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.4 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.5 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.6 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.7 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.8 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 3.9 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.0 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.1 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.2 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.3 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.4 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.5 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.6 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.7 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.8 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |
| 4.9 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 | .9999 |

Example: $\Phi(3.57) = .998215 = 0.998215$.

† By permission from A. Field, Statistical Tables, and Formulas, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1953.

Appendix The Cumulative Normal Distribution Function†



| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -3.0 | .0000 | .4880 | .4890 | .4900 | .4910 | .4921 | .4931 | .4941 | .4951 | .4961 |
| -2.9 | .4902 | .4913 | .4924 | .4935 | .4945 | .4955 | .4965 | .4975 | .4985 | .4995 |
| -2.8 | .4907 | .4918 | .4929 | .4939 | .4949 | .4959 | .4969 | .4979 | .4989 | .4999 |
| -2.7 | .4911 | .4921 | .4931 | .4941 | .4951 | .4961 | .4971 | .4981 | .4991 | .5000 |
| -2.6 | .4915 | .4925 | .4935 | .4945 | .4955 | .4965 | .4975 | .4985 | .4995 | .5000 |
| -2.5 | .4919 | .4929 | .4939 | .4949 | .4959 | .4969 | .4979 | .4989 | .4999 | .5000 |
| -2.4 | .4923 | .4933 | .4943 | .4953 | .4963 | .4973 | .4983 | .4993 | .5000 | .5000 |
| -2.3 | .4927 | .4937 | .4947 | .4957 | .4967 | .4977 | .4987 | .4997 | .5000 | .5000 |
| -2.2 | .4931 | .4941 | .4951 | .4961 | .4971 | .4981 | .4991 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -2.1 | .4935 | .4945 | .4955 | .4965 | .4975 | .4985 | .4995 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -2.0 | .4939 | .4949 | .4959 | .4969 | .4979 | .4989 | .4999 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.9 | .4943 | .4953 | .4963 | .4973 | .4983 | .4993 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.8 | .4947 | .4957 | .4967 | .4977 | .4987 | .4997 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.7 | .4951 | .4961 | .4971 | .4981 | .4991 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.6 | .4955 | .4965 | .4975 | .4985 | .4995 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.5 | .4959 | .4969 | .4979 | .4989 | .4999 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.4 | .4963 | .4973 | .4983 | .4993 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.3 | .4967 | .4977 | .4987 | .4997 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.2 | .4971 | .4981 | .4991 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.1 | .4975 | .4985 | .4995 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -1.0 | .4979 | .4989 | .4999 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.9 | .4983 | .4993 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.8 | .4987 | .4997 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.7 | .4991 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.6 | .4995 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.5 | .4999 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.4 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.3 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.2 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| -0.1 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.0 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.1 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.2 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.3 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.4 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.5 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.6 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.7 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.8 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 0.9 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.0 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.1 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.2 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.3 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.4 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.5 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.6 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.7 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.8 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 1.9 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.0 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.1 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.2 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.3 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.4 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.5 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.6 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.7 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.8 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 2.9 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |
| 3.0 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 | .5000 |

Example: $\Phi(-3.57) = .001785 = 0.001785$.

† By permission from A. Hald, *Statistical Tables and Formulas*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.

المراجع المسمية :

- 1 - E.W. Davis, Project Management: Techniqgues Applications, and Managerial Issues, Industrial Engineering a Management press, Institute of I.E., 1976.
- 2 - Joseph J. Moder, cecil R. Phillips, Project Management with CPM and PERT, Van Nostr and Reinhold company, 1970.
- 3 - L.R. Ford, Jr . and D.R. Fulkerson, Princeton, 1962.
- 4 - Salah E. Elmaghruby, Actinity Networks, John witey & sons, 1977
- 5 - W.L. Price, Graphs and Networks, An Introduction, Princeton, 1971.

كتب أخرى للمؤلف

- ١ - مقدمة في ادارة الانتاج دار الفكر العربي ١٩٨٤ .
- ٢ - مقدمة في بحوث العمليات دار الفكر العربي ١٩٨٤ .

| الخطأ | الصواب | تصحيح الأخطاء :- رئيس الصفحة |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1 o B (1) | 1 o B (١) | ١ - ص ١٧ المعادلة الأولى |
| Tj (E) | t1 (E) | ٢ - ص ٢١ المود (3) |
| t1 (1) | Tj (1) | ٣ - ص ٢١ المود (6) |
| حيث تكون (1) هي القيمة الدنيا | حيث تكون (1) هي القيمة الدنيا | ٤ - ص ٢٢ المطر رقم (١٧) |
| حيث تكون (1) هي القيمة الدنيا | حيث تكون (1) هي القيمة الدنيا | |
| 111 - 2 | 111 - 2 | ٥ - ص ٣١ لكل 1 / 1 |
| هي المقابل والاحتساب 95 % | هي المقابل والاحتساب 95 % | ٦ - ص ٣٦ المطر رقم ٣ |
| والخطأ المعياري 47 | والتي هي 47 | ٧ - ص ٤٠ المطر رقم ١٤ |
| (1.06) - 1 | (1.06) - 1 | ٨ - ص ٤١ المطر رقم ٧ |
| ٧ | ٧ / ٦ | ٩ - ص ٤٢ المطر رقم ٤ |

| رقم الصفحة | الموضوع |
|------------|--|
| ٣ | الفصل الأول : التحليل الزمني لميكات الأصول |
| ٣ | ١ - مقدمة |
| ٥ | ٢ - تمهيد |
| ٥ | ١/٢ النفاط |
| ٦ | ٢/٢ المحدث |
| ٦ | ٣/٢ المبرج |
| ٧ | ٤/٢ ميكات الأصول |
| ٧ | ٣ - كيفية التعبير عن المشكلة في شكل ميكات أصول |
| ٧ | ١/٣ قواعد رسم ميكات الأصول |
| ٩ | ٢/٣ استخدام الأنظمة الوحدية |
| ١٢ | ٤ - كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنظمة |
| ١٤ | ٥ - تحديد الأوقات في ميكات الأحوال ذات الأنظمة المركبة |
| ١٨ | ١/٥ النافذ الكلي |
| ١٨ | ٢/٥ نافذ الأمان |
| ١٩ | ٣/٥ النافذ الحر |
| ١٩ | ٤/٥ النافذ المتداخل |
| ٢٤ | ٥/٥ تحديد المسار الحرج |
| ٢٥ | ٦/٥ تحديد المسار الحرج باستخدام الأوقات المحسوبة في الاتجاه الأمامي فقط |
| ٢٦ | ٦ - تحديد الأوقات في ميكات الأحوال إذا ما كانت أوقات الأنظمة بمثابة متغيرا عشوائيا |
| ٢٦ | ١/٦ قواعد طلبة يجب الاستيفاء بها |
| ٣٠ | تحديد a_{ij} , b_{ij} , m_{ij} |
| ٣١ | ٢/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المبرج في وقت محدد |

| الموضوع | رقم الصفحة |
|---|------------|
| ٣/٦ كيفية حساب الاحتمال الخاص بمكانية تنفيذ المشروع قبل الميلاد المحدد | ٣٣ |
| ٤/٦ الاحتمال الخاص بتنفيذ جانب معين من المشروع في وقت محدد | ٣٦ |
| ٥/٦ بعض الملاحظات الخاصة عند حساب الاحتمالات | ٣٦ |
| ٦/٦ مثال يوضح الاجابة على بعض الاسئلة التي تهم المدير المسئول عن المشروع | ٤٠ |
| ٧ - تحديد السار العرج بالنظر الى شبكة الاصل على انها شبكة تدفقات | ٤٢ |
| ٨ - تمثيل على الفصل الأول | ٤٨ |
| الفصل الثاني : جدولة أنشطة شبكة الاصل - النماذج الرئيسية | ٥٢ |
| ١ - مقدمة | ٥٢ |
| ٢ - الجهود الخاصة بإيجاد حلول مثلى لهذا النوع من المشاكل | ٥٣ |
| ٣ - وصف طبيعة المشاكل الرئيسية والخاصة بجدولة الأنشطة | ٥٤ |
| ١/٣ حالة تخصيص موارد متاحة بكميا محدودة | ٥٥ |
| ٢/٣ تمثيل المستوى المطلوب من كل مورد بفرض أنه متاح بكميا غير محدود | ٥٦ |
| ٣/٣ التخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد | ٥٦ |
| ٤ - القواعد المنطقية الخاصة بتخصيص الموارد المتاحة بكميا محدود | ٥٨ |
| ٥ - قواعد الحل الخاصة بموازاة وتزجيب المستوى المطلوب من الموارد بفرض أن هذه الموارد متاحة بكميا محدود | ٦٥ |
| ١/٥ خطوات مبرجس للموازاة والتجهيز | ٦٦ |
| ٢/٥ خطوات الموازاة والتجهيز لوصف | ٧٠ |
| ٦ - التخطيط طويل الأجل للموارد المتاحة | ٧٥ |

| الموضوع | رقم الصفحة |
|--|------------|
| ١/٦ نموذج وصفت SPAR-1 | ٢٥ |
| ١/١/٦ النظام القرض بحجم فريق العمل | ٢٨ |
| ٢/١/٦ النظام القرض الخاص بالاعراع في تنفيذ | ٢٩ |
| الأنشطة الحرجة | |
| ٣/١/٦ النظام القرض للاستعانة من أنشطة فعالة | ٨٠ |
| جاري تنفيذها | |
| ٤/١/٦ النظام القرض الخاص بإعادة جدولة أنشطة | ٨٠ |
| فعالة جاري تنفيذها | |
| ٥/١/٦ النظام القرض الخاص بتوزيع التبعي من | ٨١ |
| الموارد غير المستخدمة | |
| ٢ - تلخيص | ٨٢ |
| الفصل الثالث : الأساليب المستخدمة في الموازنة بين الوقت والتكلفة | |
| ١ - مقدمة | ٨٤ |
| ٢ - طرق المسائل الحرج للموازنة بين الوقت والتكلفة | ٨٧ |
| ١/٢ تكاليف النقاط المتأخرة | ٨٨ |
| ٢/٢ التكلفة الغير متأخرة الخاصة بالمشروع ككل | ٨٨ |
| ٣/٢ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النقاط بشكل معتدل | ٨٩ |
| ٤/٢ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النقاط بشكل مضغوط | ٨٩ |
| ٥/٢ المنطقة الكاملة المتأخرة عن الوقت المعتدل | ٩٣ |
| والوقت المضغوط والتكاليف الخاصة بهما للمشروع ككل | |
| ٣ - مجموعة قواعد منطقية تستخدم في الموازنة بين وقت | |
| وتكلفة المشروع | ٩٨ |
| ١/٣ أهم خصائص هذه القواعد المنطقية في الحل | ٩٨ |
| ٢/٣ قواعد الموازنة بين الوقت والتكلفة | ١٠٠ |
| ٤ - تلخيص | ١٠٢ |

| رقم الصفحة | الموضوع |
|------------|---|
| ١١٠ | الفصل الرابع : الحل الأمثل لمعضلة المراهقة بين الوقت والتكلفة |
| ١١٠ | ١ - مقدمة |
| ١١١ | ٢ - نموذج مبكة تدفقات الأفعال |
| ١١٣ | ٣ - طريقة الحل بالنظر الى مبكة الأفعال على أنها مبكة تدفقات |
| ١١٤ | ٤ - النموذج الرياضي |
| ١٢٠ | ٥ - خطوات تولد كورس للحل |
| ١٥٩ | ٦ - نتائج |
| ١٦١ | ملحق أ |
| ١٦٢ | ملحق ب |
| ١٦٣ | المراجع العلمية |
| ١٦٤ | تصحيح الأخطاء |
| ١٦٥ | مختمات الكتاب |



